

$$\left(\frac{x}{y}\right)^4 \cdot y^4 = \left(\frac{xy}{y}\right)^4 = x^4$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \frac{a^4}{a^3 b^4} = \frac{a}{b^4} = ab^{-4}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-4} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3 : x^3 = \left(\frac{x}{y} : x\right)^3 = \left(\frac{x}{yx}\right)^3 = \left(\frac{1}{y}\right)^3 = \frac{1}{y^3} = y^{-3}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 : \left(\frac{1}{b}\right)^3 = \frac{a^4}{b^4} : \frac{1}{b^3} = \frac{a^4 b^3}{b^4} = \frac{a^4}{b} = a^4 b^{-1}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^5 : \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y}\right)^5 : \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \left(\frac{x}{y}\right)^{5-(-1)} = \left(\frac{x}{y}\right)^6$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^3 \cdot x^4 = \frac{x^4}{x^6} = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$z^2 : \left(\frac{1}{z^2}\right)^2 = z^2 : \frac{1}{z^4} = z^6$$

$$\left(\frac{1}{a^3}\right)^2 : \left(\frac{1}{a^2}\right)^3 = \frac{1}{a^6} : \frac{1}{a^6} = \frac{a^6}{a^6} = 1$$

$$\left(\frac{1}{m^3}\right)^3 \cdot (m^2)^4 = \frac{1}{m^9} \cdot m^8 = \frac{m^8}{m^9} = \frac{1}{m} = m^{-1}$$

$$z^0 = 5^0 = 10^0 = (-4)^0 = 1; \quad z^{-1} = \frac{1}{z}; \quad 3^{-1} = \frac{1}{3}; \quad 10^{-1} = \frac{1}{10}; \quad (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9};$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2; \quad \left(\frac{1}{-2}\right)^{-2} = (-2)^2 = 4; \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^{-3} = (-2)^3 = -8; \quad (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = 10^3; \quad \left(\frac{-1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}; \quad x^{-3} = \frac{1}{x^3}; \quad \left(\frac{1}{a}\right)^{-2} = a^2; \quad \frac{1}{m^{-2}} = \frac{1}{\frac{1}{m^2}} = m^2;$$

$$\frac{x^{-3}}{y^{-3}} = \frac{y^3}{x^3} = \left(\frac{y}{x}\right)^3; \quad x^3 \cdot x^{-2} = x; \quad \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^4} = \frac{1}{x^6} = x^{-6};$$

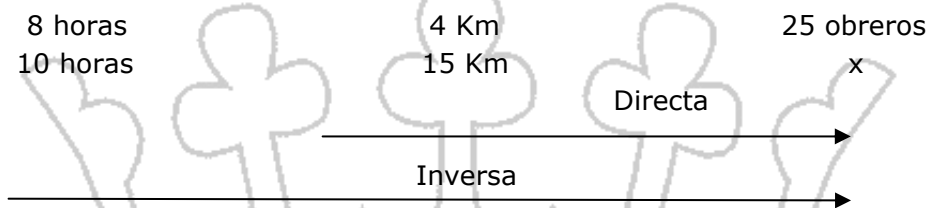
$$\left(\frac{1}{x}\right)^{-3} \cdot x^{-3} = \left(\frac{x}{x}\right)^{-3} = 1^{-3} = \frac{1}{1^3} = 1;$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} : x^{-1} = \left(\frac{x}{y} : x\right)^{-1} = \left(\frac{x}{yx}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{y}\right)^{-1} = y$$

$$\left(\frac{z}{m}\right)^{-2} : m^3 = \frac{m^2}{z^2} : m^3 = \frac{m^2}{z^2 m^3} = \frac{1}{z^2 m} = m^{-1} z^{-2}$$

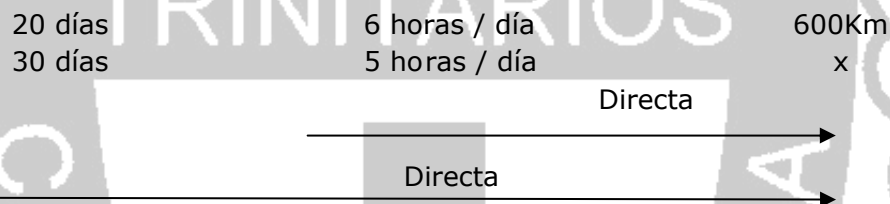
$$a^5 : \left(\frac{a}{b}\right)^{-4} = a^5 : \left(\frac{b}{a}\right)^4 = a^5 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4 = a^5 \cdot \frac{a^4}{b^4} = \frac{a^5 a^4}{b^4} = \frac{a^9}{b^4} = a^9 b^{-4}$$

1. Si 25 obreros, trabajando durante 8 horas, pintan 4Km de carretera, ¿cuántos obreros, trabajando 10 horas, se necesitarían para pintar 15Km?



$$\frac{10}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{25}{x}; x = \frac{8 \cdot 15 \cdot 25}{10 \cdot 4}; x = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^3}{5 \cdot 2^3}; x = 75 \text{ obreros}$$

2. Un peregrino ha recorrido 600 Km del camino de Santiago en 20 días a razón de 6 horas diarias. ¿Cuántos Km podría recorrer a la misma velocidad en 30 días, a 5 horas al día?



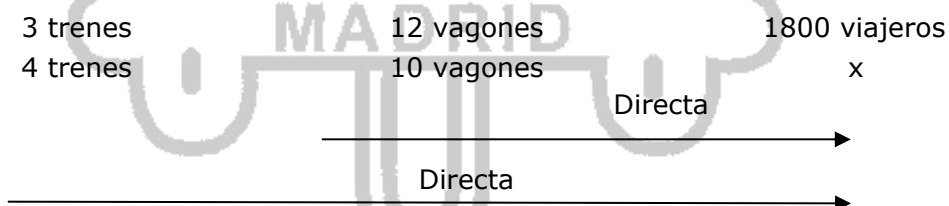
$$\frac{20}{30} \cdot \frac{6}{5} = \frac{600}{x}; x = \frac{600 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 6}; x = 750 \text{ Km}$$

3. Obélix empleó 5 horas para comerse 10 jabalíes de 600 Kg cada uno; ¿cuántas horas precisará para dar cuenta de 12 jabalíes de 400 Kg cada uno?



$$\frac{10}{12} \cdot \frac{600}{400} = \frac{5}{x}; x = \frac{12 \cdot 4 \cdot 5}{10 \cdot 6}; x = \frac{3 \cdot 2^4 \cdot 5}{5 \cdot 2^2 \cdot 3}; x = 4 \text{ horas}$$

4. Sabiendo que 3 trenes de 12 vagones cada uno pueden transportar 1800 pasajeros, ¿cuántos pasajeros pueden transportar 4 trenes de 10 vagones cada uno?



$$\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{10} = \frac{1800}{x}; x = \frac{4 \cdot 10 \cdot 1800}{3 \cdot 12}; x = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 1000}{3^2 \cdot 2^2}; x = 2000 \text{ viajeros}$$

5. Una taladradora perfora 15 metros cada día trabajando 8 horas diarias. ¿Cuánto perforarán 2 taladradoras trabajando 6 horas diarias?

1 taladradora	8 horas / día	15 metros
2 taladradoras	6 horas / día	x
		Directa
		→
		Directa
		→

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{6} = \frac{15}{x}; x = \frac{2 \cdot 6 \cdot 15}{8}; x = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^3}; x = 22.5 \text{ metros}$$

6. A causa de los 90 pozos que extraían 40 Hm<sup>3</sup> anuales de agua se han agotado en 100 años los recursos hídricos de una zona. ¿Cuánto habrían tardado en agotarse con 20 pozos extrayendo 5 Hm<sup>3</sup>?

90 pozos	40 Hm <sup>3</sup>	100 años
20 pozos	5 Hm <sup>3</sup>	x
		Inversa
		→
		Inversa
		→

$$\frac{20}{90} \cdot \frac{5}{40} = \frac{100}{x}; x = \frac{9 \cdot 40 \cdot 100}{10}; x = 9 \cdot 4 \cdot 100; x = 3600 \text{ años}$$

7. Un taller, trabajando 8 horas diarias, ha necesitado 5 días para fabricar 1000 piezas. ¿Cuántos días necesitará para fabricar 3000 piezas en turnos de 10 horas diarias?

8 horas / día	1000 piezas	5 días
10 horas / día	3000 piezas	x
		Directa
		→
		Inversa
		→

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{1000}{3000} = \frac{5}{x}; x = \frac{8 \cdot 3000 \cdot 5}{10000}; x = \frac{8 \cdot 3 \cdot 5}{10}; x = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 5}; x = 12 \text{ días}$$

8. Si 3 grifos iguales tardan 5 horas en llenar un depósito de 10 m<sup>3</sup>, ¿en cuánto tiempo llenarían un depósito de 8 m<sup>3</sup> 2 grifos como los anteriores?

3 grifos	10 m <sup>3</sup>	5 horas
2 grifos	8 m <sup>3</sup>	x
		Directa
		→
		Inversa
		→

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{10}{8} = \frac{5}{x}; x = \frac{15 \cdot 8}{20}; x = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2^3}{2^2 \cdot 5}; x = 6 \text{ horas}$$

9. Hemos pagado 1800€ a un grupo musical por actuar 3 días en las fiestas del barrio durante 2 horas diarias. ¿Cuántos días podremos pagar con 3600€ si actúan durante 3 horas diarias?

1800€	2 horas / día	3 días
3600€	3 horas / día	x
	Inversa	
—————→		
Directa		
—————→		

$$\frac{1800}{3600} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{x}; x = \frac{3600 \cdot 2 \cdot 3}{1800 \cdot 3}; x = \frac{2^3 \cdot 3^3}{3^3 \cdot 2}; x = 4 \text{ días}$$

10. Un ciclista consumió 4800Kcal para completar 8 etapas de 30 Km cada una. ¿Cuántas Kcal necesitará para completar 5 etapas de 40 Km cada una?

8 etapas	30 Km / etapa	4800 Kcal
5 etapas	40 Km / etapa	x
Directa		
—————→		
Directa		
—————→		

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{30}{40} = \frac{4800}{x}; x = \frac{5 \cdot 40 \cdot 4800}{8 \cdot 30}; x = \frac{2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 100}{2^3 \cdot 3}; x = 4000 \text{ Kcal}$$

11. Por 5 días de trabajo con una jornada de 8 horas diarias me han pagado 480€. ¿Cuánto ganaré por 10 días si la jornada se reduce a 5 horas diarias?

5 días	8 horas / día	480€
10 días	5 horas / día	x
Directa		
—————→		
Directa		
—————→		

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{8}{5} = \frac{480}{x}; x = \frac{5 \cdot 10 \cdot 480}{8 \cdot 5}; x = \frac{5^3 \cdot 2^6 \cdot 3}{2^3 \cdot 5}; x = 600€$$

12. Una lavadora industrial, trabajando 8 horas diarias durante 5 días, ha lavado 1000 Kg de ropa. ¿Cuántos Kg de ropa lavará en 12 días trabajando 10 horas al día?

5 días	8 horas / día	1000Kg
12 días	10 horas / día	x
Directa		
—————→		
Directa		
—————→		

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{10} = \frac{1000}{x}; x = \frac{12 \cdot 10 \cdot 1000}{8 \cdot 5}; x = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1000}{2^3 \cdot 5}; x = 3000 \text{ Kg}$$

13. Un ganadero necesita 750Kg de pienso para alimentar 50 vacas durante 10 días; ¿durante cuántos días podrá alimentar 40 vacas con 1800Kg de pienso?

750 Kg 1800 Kg	50 vacas 40 vacas	10 días x
		Inversa
		Directa

$$\frac{750}{1800} \cdot \frac{40}{50} = \frac{10}{x}; x = \frac{50 \cdot 1800 \cdot 10}{750 \cdot 40}; x = \frac{5 \cdot 1800}{75 \cdot 4}; x = \frac{5^3 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{5^2 \cdot 3 \cdot 2^2}; x = 30 \text{ días}$$

14. Para llenar un depósito hasta una altura de 0.80m se ha necesitado un caudal de 20 litros por minuto durante una hora y 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse el mismo depósito con un caudal de 15 litros/minuto hasta una altura de 90cm?

80cm 90cm	20 l / m 15 l / m	4/3 horas x
		Inversa
		Directa

$$\frac{80}{90} \cdot \frac{15}{20} = \frac{4/3}{x}; x = \frac{90 \cdot 20 \cdot 4}{80 \cdot 15 \cdot 3}; x = \frac{3^2 \cdot 2^4 \cdot 5}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}; x = 2 \text{ horas}$$

15. Trabajando 8 horas diarias, 12 obreros terminan un trabajo en 25 días. ¿En cuánto tiempo lo terminarían 5 obreros trabajando 10 horas al día?

12 obreros 5 obreros	8 h / día 10 h / día	25 días x
		Inversa
		Inversa

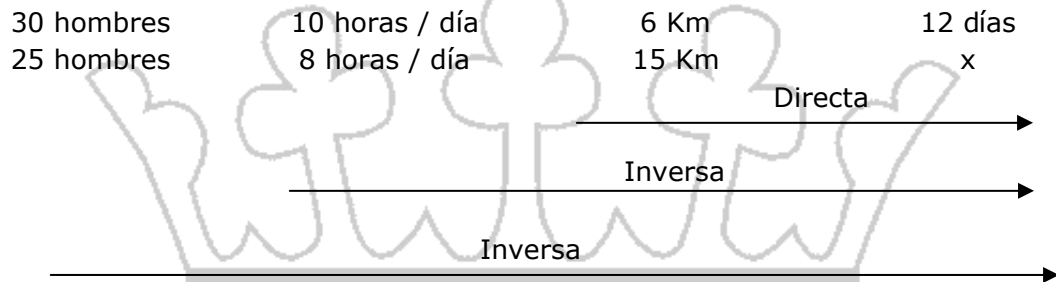
$$\frac{5}{12} \cdot \frac{10}{8} = \frac{25}{x}; x = \frac{8 \cdot 25 \cdot 12}{5 \cdot 10}; x = \frac{5^2 \cdot 2^5 \cdot 3}{5^2 \cdot 2}; x = 48 \text{ días}$$

16. Para conseguir una altura de agua de 80cm en una piscina se han necesitado 12 grifos funcionando 8 horas diarias, durante 4 días. ¿Cuántos días necesitarían 6 grifos, funcionando 7 horas al día, para conseguir una altura de 140cm?

80 cm 140 cm	12 grifos 6 grifos	8 horas / día 7 horas / día	4 días x
		Inversa	
		Inversa	
		Directa	

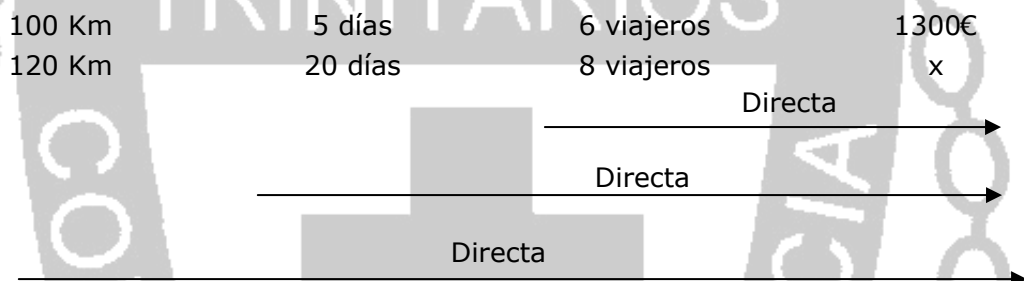
$$\frac{80}{140} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{7}{8} = \frac{4}{x}; x = \frac{140 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 4}{80 \cdot 6 \cdot 7}; x = \frac{7 \cdot 3 \cdot 2^8}{7 \cdot 3 \cdot 2^4}; x = 16 \text{ días}$$

17. En 12 días, 30 electricistas, trabajando 10 horas diarias, colocan 6Km de tendido eléctrico. ¿Cuántos días necesitarían 25 electricistas para colocar 15Km de tendido trabajando 8 horas al día?



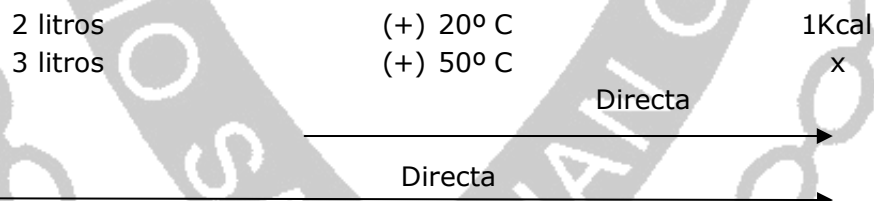
$$\frac{25}{30} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{6}{15} = \frac{12}{x}; x = \frac{30 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 12}{25 \cdot 8 \cdot 6}; x = \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^3}{2^4 \cdot 3 \cdot 5^2}; x = 45 \text{ días}$$

18. Para recorrer diariamente 100Km durante 5 días, 6 viajeros han abonado 1300€ en total. ¿Cuánto tendrán que pagar 8 viajeros para cubrir 120Km durante 20 días?



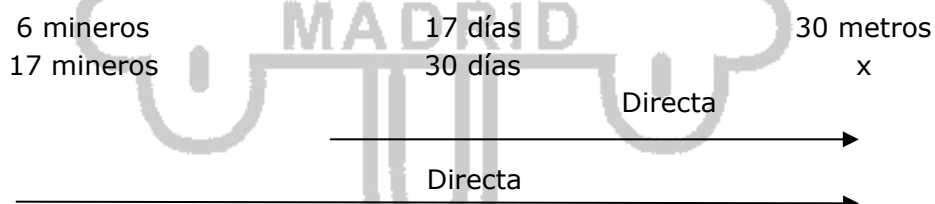
$$\frac{100}{120} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1300}{x}; x = \frac{120 \cdot 20 \cdot 8 \cdot 1300}{100 \cdot 5 \cdot 6}; x = \frac{2^8 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 5}; x = 2^7 \cdot 5 \cdot 13; x = 8320€$$

19. Para calentar 2 litros de agua desde 0º Centígrados a 20ºC se ha necesitado 1Kcal. Si queremos calentar 3 litros de agua de 10ºC a 60ºC, ¿cuántas Kilocalorías son necesarias?



$$\frac{2}{3} \cdot \frac{20}{50} = \frac{1}{x}; x = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 2}; x = 3.75 \text{ Kilocalorías}$$

20. En una mina, una cuadrilla de 6 mineros abren una galería de 30 metros de longitud en 17 días. Si otra cuadrilla tiene 17 mineros, ¿cuántos metros de galerías abrirán en 30 días?



$$\frac{6}{17} \cdot \frac{17}{30} = \frac{30}{x}; x = \frac{17 \cdot 30 \cdot 30}{6 \cdot 17}; x = \frac{30 \cdot 30}{6}; x = 5 \cdot 30; x = 150 \text{ metros}$$

21. Una cuadrilla de albañiles, trabajando 10 horas al día, han construido 600m<sup>2</sup> de pared en 18 días. ¿Cuántos m<sup>2</sup> construirán en 15 días, trabajando 8 horas diarias?



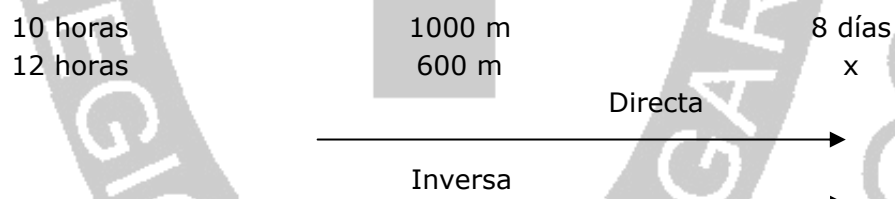
$$\frac{10}{8} \cdot \frac{18}{15} = \frac{600}{x}; x = \frac{8 \cdot 15 \cdot 600}{10 \cdot 18}; x = \frac{8 \cdot 15 \cdot 60}{18}; x = \frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2 \cdot 3^2}; x = 400m^2$$

22. Un granjero ha necesitado 294 Kg de pienso para alimentar a 15 vacas durante 7 días. ¿Durante cuántos días podría alimentar a 10 vacas si dispusiese de 840 Kg de pienso?



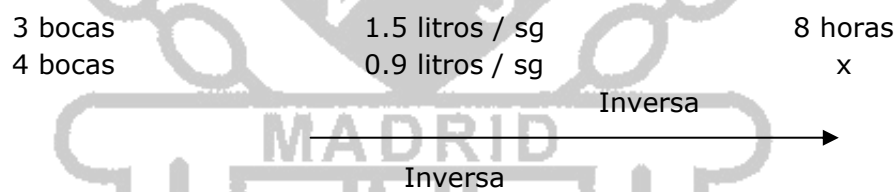
$$\frac{294}{840} \cdot \frac{10}{15} = \frac{7}{x}; x = \frac{840 \cdot 15 \cdot 7}{10 \cdot 294}; x = \frac{84 \cdot 15 \cdot 7}{294}; x = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 7^2}; x = 30 \text{ días}$$

23. Una excavadora, trabajando 10 horas al día, abre una zanja de 1000 metros en 8 días. ¿Cuánto tardaría en abrir una zanja de 600 metros, trabajando 12 horas diarias?



$$\frac{12}{10} \cdot \frac{1000}{600} = \frac{8}{x}; x = \frac{10 \cdot 6 \cdot 8}{10 \cdot 12}; x = \frac{6 \cdot 8}{12}; x = \frac{2^4 \cdot 3}{2^2 \cdot 3}; x = 4 \text{ días}$$

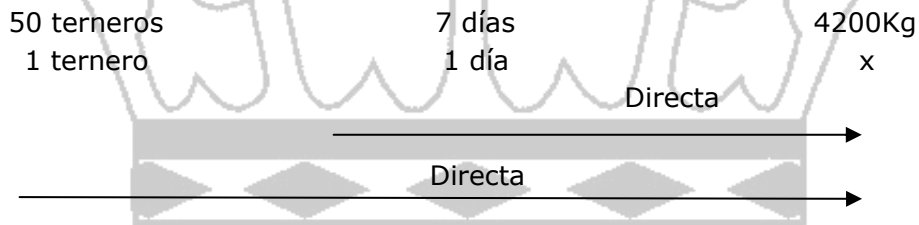
24. Si se abren 3 bocas de riego con un caudal de 1.5 litros por segundo cada una, un aljibe se vacía en 8 horas. ¿Durante cuánto tiempo daría servicio el aljibe si se abrieran 4 bocas de riego con un caudal de 0.9 litros por segundo cada una?



$$\frac{4}{3} \cdot \frac{0.9}{1.5} = \frac{8}{x}; x = \frac{3 \cdot 1.5 \cdot 8}{4 \cdot 0.9}; x = \frac{3 \cdot 15 \cdot 8}{4 \cdot 9}; x = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2}; x = 10 \text{ horas}$$

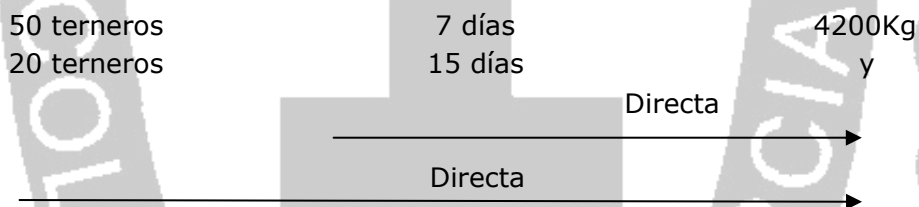
25. Cincuenta terneros consumen 4200 Kg de alfalfa a la semana. Calcular:
- El consumo de alfalfa por ternero y día.
  - Los Kg de alfalfa necesarios para alimentar a 20 terneros durante 15 días
  - Los días que se podría alimentar a 10 terneros si se dispone de 600Kg de alfalfa

Apartado a/



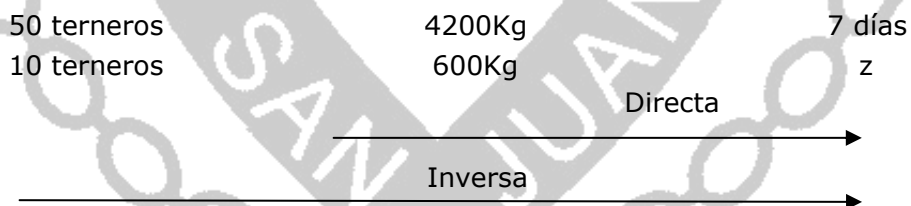
$$\frac{50}{1} \cdot \frac{7}{1} = \frac{4200}{x}; x = \frac{4200}{50 \cdot 7}; x = \frac{420}{5 \cdot 7}; x = \frac{60}{5}; x = 12 \text{ días}$$

Apartado b/



$$\frac{50}{20} \cdot \frac{7}{15} = \frac{4200}{y}; y = \frac{4200 \cdot 20 \cdot 15}{50 \cdot 7}; y = \frac{4200 \cdot 2 \cdot 15}{5 \cdot 7}; y = \frac{100 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 7}; y = 3600 \text{ Kg}$$

Apartado c/

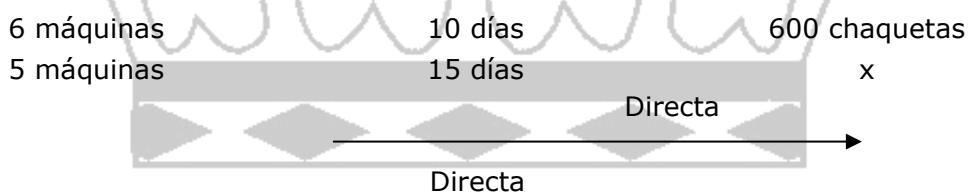


$$\frac{10}{50} \cdot \frac{4200}{600} = \frac{7}{z}; z = \frac{50 \cdot 600 \cdot 7}{10 \cdot 4200}; z = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{42}; z = 5 \text{ días}$$

26. En un taller de confección, con 6 máquinas tejedoras, se han fabricado 600 chaquetas en diez días. Calcular:

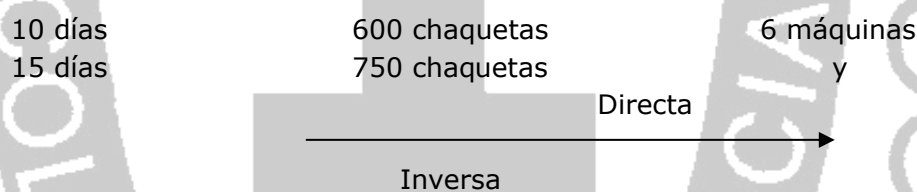
- La cantidad de prendas que se fabricarían con 5 máquinas en 15 días.
- El número de máquinas necesarias para fabricar 750 prendas en 15 días.
- Los días que se tardarían en fabricar 750 prendas trabajando sólo con 5 máquinas.

Apartado a/



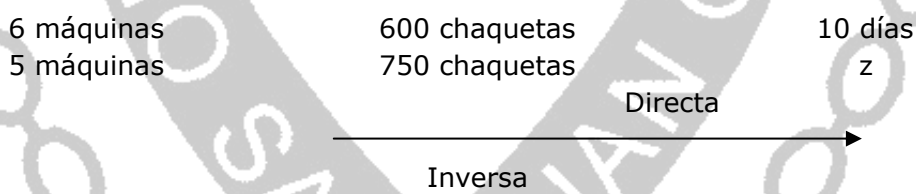
$$\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 15} = \frac{600}{z}; z = \frac{5 \cdot 15 \cdot 600}{60}; z = 5 \cdot 15 \cdot 10; z = 750 \text{ chaquetas}$$

Apartado b/



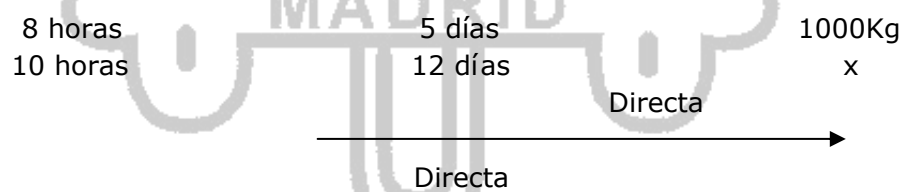
$$\frac{15 \cdot 600}{10 \cdot 750} = \frac{6}{y}; y = \frac{10 \cdot 750 \cdot 6}{15 \cdot 600}; y = \frac{75}{15}; y = 5 \text{ máquinas}$$

Apartado c/



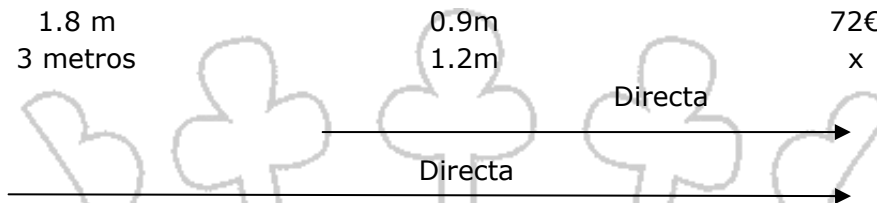
$$\frac{5 \cdot 600}{6 \cdot 750} = \frac{10}{z}; z = \frac{6 \cdot 750 \cdot 10}{5 \cdot 600}; z = \frac{75}{5}; z = 15 \text{ días}$$

27. Una lavadora industrial, trabajando 8 horas diarias durante 5 días, ha lavado 1000Kg de ropa. ¿Cuántos Kg de ropa lavará en 12 días trabajando 10 horas diarias?



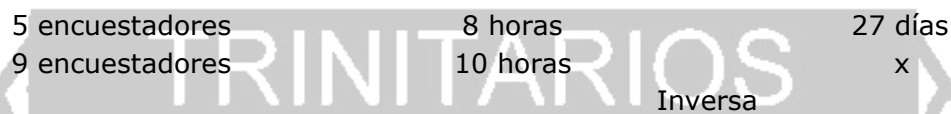
$$\frac{8 \cdot 5}{10 \cdot 12} = \frac{1000}{x}; x = \frac{10 \cdot 12 \cdot 1000}{8 \cdot 5}; x = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10000}{4 \cdot 10}; x = 3000 \text{Kg de ropa}$$

28. Una alfombra sintética, de 1.80m de larga por 90cm de ancha, ha costado 72€. ¿Cuánto costará otra alfombra de la misma calidad que tiene 3m de larga y 1.20m de ancha?



$$\frac{1.8}{3} \cdot \frac{0.9}{1.2} = \frac{72}{x}; x = \frac{3 \cdot 1.2 \cdot 72}{1.8 \cdot 0.9}; x = \frac{3 \cdot 12 \cdot 72 \cdot 10}{18 \cdot 9}; x = \frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5}{2 \cdot 3^4}; x = 2^5 \cdot 5; x = 160€$$

29. Cinco encuestadores, trabajando 8 horas diarias, completan los datos para un estudio de mercado en 27 días. ¿Cuánto tardarán en hacer el mismo trabajo 9 encuestadores trabajando 10 horas al día?



$$\frac{9}{5} \cdot \frac{10}{8} = \frac{27}{x}; x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 27}{9 \cdot 10}; x = \frac{5 \cdot 2^3 \cdot 3^3}{5 \cdot 2 \cdot 3^2}; x = 2^2 \cdot 3; x = 12 \text{ días}$$

**1.** Los alumnos de 1º y 2º se han ido de excursión, en total 123 alumnos. El número de alumnos de primero es igual a 3 más el cuádruplo de los alumnos de 2º. ¿Cuántos alumnos han ido de cada curso?

$$\begin{array}{l} \text{alumnos de } 1^\circ = x; \text{ alumnos de } 2^\circ = y; \\ x + y = 123 \\ x = 3 + 4y \end{array} \quad \begin{array}{l} x + y = 123 \\ x - 4y = 3 \end{array}$$

$$5y = 120 \rightarrow y = \frac{120}{5} = 24 \text{ alumnos de } 2^\circ$$

$$y = 24 \rightarrow x = 3 + 4y \rightarrow x = 3 + 4 \cdot 24 \rightarrow x = 3 + 96 \rightarrow x = 99 \text{ alumnos de } 1^\circ$$

**2.** Un tren de pasajeros está formado por 96 vagones y transporta en cada vagón el mismo número de viajeros. Se desenganchan 12 vagones y los viajeros de esos vagones pasan a los vagones restantes. De este modo, cada vagón a pasado a tener un viajero más.

- ¿Cuántas personas iban al principio en cada vagón?
- ¿Cuántos viajeros lleva el tren?

todos los viajeros =  $t$ ;  $x$  = viajeros iniciales en cada vagón

$$\begin{array}{l} t = 96x \\ t = (96 - 12) \cdot (x + 1) \end{array} \quad \begin{array}{l} t = 96x \\ t = 84x + 84 \end{array}$$

$$0 = 12x - 84 \rightarrow 12x = 84 \rightarrow x = \frac{84}{12} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 7}{2^2 \cdot 3} = 7 \text{ viajeros iban en cada}$$

vagón al principio y 8 después de desenganchar los 12 vagones.

$$t = 96x \rightarrow t = 96 \cdot 7 = 672 \text{ viajeros van en el tren}$$

**3.** La suma de 2 números es igual a 148. Si se divide el mayor por el menor, el cociente es igual a 5 y el resto es 10. ¿Cuáles son esos dos números?

$$\begin{array}{l} x > y; \\ x + y = 148 \\ x = 5y + 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} x + y = 148 \\ x - 5y = 10 \end{array}$$

$$0 + 6y = 138 \rightarrow y = \frac{138}{6} = 23; x = 5y + 10 \rightarrow x = 5 \cdot 23 + 10 = 125$$

$$\text{Comprobamos } \rightarrow x + y = 148 \rightarrow x + y = 23 + 125 = 148$$

**4.** Una madre tiene el cuádruplo de la edad de su hijo, y dentro de cinco años, tendrá el triple de años que él. ¿Qué edad tiene ahora cada uno?

$m$  = edad de la madre;  $h$  = edad del hijo

$$\begin{array}{l} 4h = m \\ m + 5 = (5 + h) \cdot 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4h = m \\ m + 5 = 15 + 3h \end{array} \quad \begin{array}{l} 4h = m \\ 3h = m - 10 \end{array}$$

$$-h = -10; \quad h = 10; \text{ la madre tiene 40 años y el hijo 10}$$

**5.** En un triángulo uno de los ángulos es el doble de otro y éste es igual al tercero incrementado en 40º. ¿Cuál es el valor de cada ángulo?

¡ATENCIÓN! Recuerda que los tres lados de un triángulo siempre suman 360º

llamamos a los lados:  $a$ ,  $b$ ,  $c$

$$\begin{array}{l} a = 2b \\ b = c + 40; c = b - 40 \\ a + b + c = 180 \rightarrow 2b + b + b - 40 = 180; 4b = 220; b = 220/4 = 55^\circ \\ a = 2b \rightarrow a = 2 \cdot 55 = 110^\circ; c = b - 40 \rightarrow c = 55 - 40; c = 15^\circ \end{array}$$

**6.** Un padre duplica en edad a su hijo, al que lleva 40 años. ¿Cuánto tiempo pasó desde que la edad del padre era el triple de la del hijo?

edad del padre =  $p$ ; edad del hijo =  $h$

$$p=2h$$

$$p=h+40$$

$$0=h-40; h=40; p=2h$$

$$\rightarrow p=2 \cdot 40=80$$

cuando  
era el  
triple:

$$p=3h$$

$$p=h+40$$

$$0=2h-40; h=20; 40-20=20 \text{ años hace que pasó}$$

**7.** La edad de la nieta es un tercio de la edad de la abuela, y la diferencia de edades es de 48 años. ¿Cuántos años tiene la abuela?

$n$ =edad de la nieta;  $a$ =edad de la abuela

$$a=3n$$

$$a=n+48$$

$$0=2n-48; 2n=48; n=48/2=24 \text{ años la nieta; } a=3n=3 \cdot 24=72 \text{ años tiene la abuela}$$

**8.** En una granja hay conejos y gallinas. Hay en total 30 cabezas y 80 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay?

gallinas= $x$ ; conejos= $y$

$$x+y=30$$

$$2x+4y=80$$

$$x+y=30$$

$$x+2y=40$$

$$y-2y=30-40; -y=-10; y=10 \text{ conejos; } 30-10=20 \text{ gallinas}$$

**9.** Los números  $a$  y  $b$  suman 100. La diferencia entre los cocientes que se obtienen al dividir  $a$  entre 4 y  $b$  entre 6, es 10. Hallar  $a$  y  $b$ .

$$a+b=100$$

$$a+b=100$$

$$\frac{a}{4} - \frac{b}{6} = 10$$

$$\rightarrow \frac{3a-2b}{12} = \frac{120}{12} \Rightarrow \begin{cases} 2a+2b=200 \\ 3a-2b=120 \end{cases}$$

$$5a=320; a=\frac{320}{5}=64; b=100-64; b=36$$

**10.** Acuden a una fiesta 49 personas. Por cada dos mujeres hay un hombre, y por cada hombre hay cuatro niños. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay?

$h$ =hombres;  $m$ =mujeres;  $p$ =niños

$$2h=m; 4h=p$$

$$h+m+p=49; h+2h+4h=49; 7h=49 \rightarrow h=49/7=7 \text{ hombres}$$

$$m=2h \rightarrow m=2 \cdot 7=14 \text{ mujeres; } p=4h \rightarrow p=4 \cdot 7=28 \text{ niños}$$

**11.** Alejandro y Manuel transportaron agua para llenar un tanque de 350 litros. Si Alejandro lo hizo con un bidón de de 15 litros, y Manuel con otro de 10 litros; y si Manuel hizo el doble de viajes que Alejandro, ¿cuántos viajes hizo cada uno?

$a$ =viajes de Alejandro;  $b$ =viajes de Manuel

$$15a+10b=350$$

$$2a=b$$

$$3a+2b=70$$

$$2a-b=0$$

$$3a+2b=70$$

$$4a-2b=0$$

$$7a=70 \rightarrow a=70/7 \rightarrow a=10 \text{ viajes hizo Alejandro}$$

$$\text{Manuel} \rightarrow b=2a; b=2 \cdot 10=20 \text{ viajes}$$

**12.** Le dice un padre a su hijo: "Hoy tu edad es un quinto de la mía; hace cinco años no era más que un noveno". ¿Qué edad tienen hoy el padre y el hijo?

h=edad del padre; h=edad del hijo

$$\begin{array}{ll} p=5n & p=5n \\ \underline{p-5=9(n-5)} & \underline{p=9n-40} \\ 0=-4n+40 \rightarrow 4n=40 \rightarrow n=10 \text{ años tiene el hijo; padre} \rightarrow p=5n=5 \cdot 10=50 \text{ años} \end{array}$$

**13.** En un examen que consta de 10 problemas, se dan 5 puntos por cada respuesta correcta y se quitan 2 por cada errónea. Si un alumno saca 29 puntos, ¿cuántas respuestas correctas tiene?

$$\begin{array}{ll} 5x-2y=29 & 5x-2y=29 \\ \underline{x+y=10} & \underline{2x+2y=20} \\ 7x=49 \rightarrow x=49/7=\text{respuestas correctas (y 3 erróneas)} \end{array}$$

**14.** En un seminario organizado por el Club de Cultivadores de Margaritas se cobraba una inscripción de 200€ a los socios y de 250 a los no socios. Si la recaudación total fue de 55000€ en concepto de inscripciones y asistieron a las jornadas 250 cultivadores en total, ¿cuántos de los asistentes eran socios?

s=socios; n=no socios

$$\begin{array}{ll} 200s+250n=55000 & 20s+25n=5500 \\ \underline{s+n=250} & \underline{s=252-n} \quad \rightarrow \text{sustituyendo:} \\ 20(250-n)+25n=5500 \rightarrow 4(250-n)+5n=1100 \rightarrow 1000-4n+5n=1100 \rightarrow n=100 \text{ no socios} \\ \text{socios} \rightarrow s=250-n \rightarrow s=250-100=100 \text{ socios} \end{array}$$

**15.** En una lucha entre moscas y arañas interviene 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de clase? (una mosca tiene 6 patas y una araña, 8; y una cabeza cada una)

m=moscas; a=arañas

$$\begin{array}{ll} m+a=42 & 3m+3a=126 \\ \underline{6m+8a=276} & \underline{3m+4a=138} \\ -a=-12 \rightarrow a=12 \text{ arañas} \rightarrow m+a=42 \rightarrow m=42-a=42-12=30 \text{ moscas} \end{array}$$

**16.** En un viñedo se han envasado 320 litros de vino en 120 envases de 1 y 5 litros. ¿Cuántas garrafas de 5 litros y botellas de litro se han utilizado?

x=botellas de 1 litro; y=garrafas de 5 litros

$$\begin{array}{l} x+5y=320 \\ \underline{x+y=120} \\ 0+4y=200 \rightarrow y=200/4=50 \text{ garrafas de 5 litros; } x=120-y \rightarrow x=120-50=70 \text{ botellas de 1 litro} \end{array}$$

**17.** Se quiere mezclar combustible de 0.60€ con otro de 0.35€, de modo que resulte combustible de un precio de 0.50€ el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 200 litros de la mezcla?

x=litros de combustible de 0.60€; y=litros de combustible de 0.35€

$$\begin{array}{ll} 0.60x+0.35y=200 \cdot 0.50 & 0.60x+0.35y=100 \\ \underline{x+y=200} & \underline{x=200-y} \rightarrow 0.60 \cdot (200-y)+0.35y=100 \rightarrow 120-0.6y+0.35y=100 \\ & -0.25y=-20 \rightarrow y=20/0.25=2000/25=80 \text{ litros de 0.35€} \\ & x=200-y \rightarrow x=200-80=120 \text{ litros de 0.60€} \end{array}$$

**18.** En mi clase hay 35 alumnos. Por buen comportamiento el AMPA nos ha regalado 2 bolígrafos a cada chica y un cuaderno a cada chico. Si en total han sido 55 regalos, ¿cuántos chicos y cuántas chicas hay en clase?

$$x=\text{chicos}; y=\text{chicas}$$

$$x+y=35$$

$$\underline{x+2y=55}$$

$$0-y=-20 \rightarrow y=20 \text{ chicas}; x+y=35 \rightarrow x=35-y=35-20=15 \text{ chicos}$$

**19.** Hace 5 años la edad de mi padre era el triple de la de mi hermano y dentro de 5 años sólo será el doble. ¿Cuáles son hoy sus edades?

$$x=\text{edad de mi padre}; y=\text{edad de mi hermano}$$

$$x-5=3(y-5) \quad x-5=3y-15$$

$$\underline{x+5=2(y+5)} \quad \underline{x+5=2y+10}$$

$$0-10=y-25 \rightarrow -10+25=y \rightarrow y=15 \text{ años tiene mi hermano hoy}$$

$$x+5=2y+10 \rightarrow x=2y+10-5=30+5=35 \text{ años tiene hoy mi padre}$$

**20.** Entre mi abuelo y mi hermano tienen 56 años, y mi abuelo tiene 50 años más que mi hermano. ¿Qué edad tienen?

$$x=\text{edad de mi abuelo}; y=\text{edad de mi hermano}$$

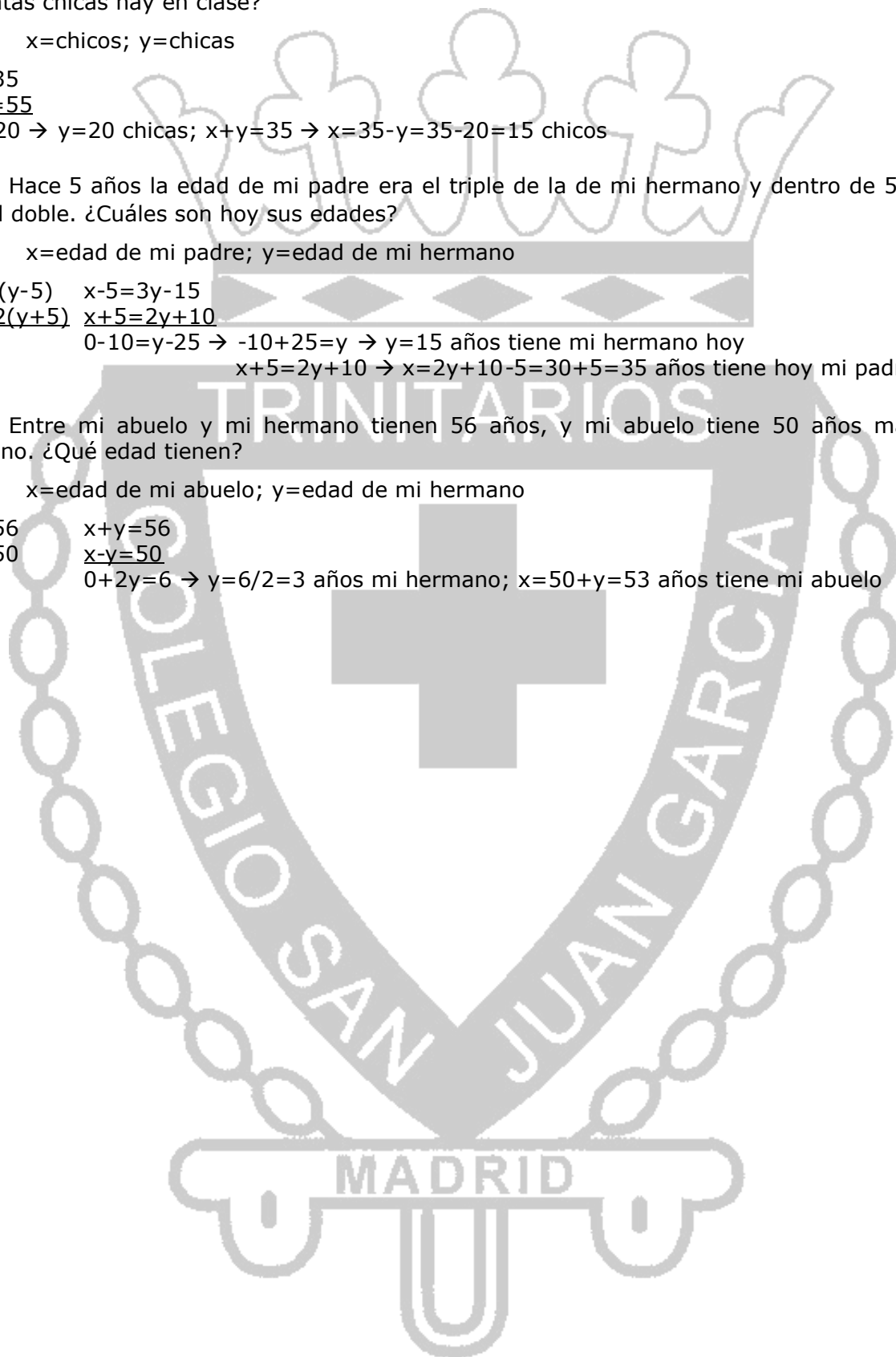
$$x+y=56$$

$$x=y+50$$

$$x+y=56$$

$$\underline{x-y=50}$$

$$0+2y=6 \rightarrow y=6/2=3 \text{ años mi hermano}; x=50+y=53 \text{ años tiene mi abuelo}$$



1. Si al resultado de la multiplicación de dos números consecutivos se le suma 30, se obtiene 50. ¿Qué números son?

$$x \cdot (x+1) + 30 = 50; x^2 + x = 50 - 30; x^2 + x - 20 = 0; x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \rightarrow x_1 = -5 \text{ \& } x_2 = 4$$

es decir, los números son o bien -5 y -4, o bien 4 y 5

2. ¿Cuál es el número positivo que cumple la condición: "al doble de su cuadrado se le resta el doble del número y se obtiene 12"?

$$2x^2 - 2x = 12; 2(x^2 - x) = 12; x^2 - x = 6; x^2 - x - 6 = 0; x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \rightarrow x_1 = -2 \text{ \& } x_2 = 3$$

la solución es 3, puesto que -2 NO es un número positivo

3. Calcular los lados de un rectángulo si se sabe que se área es 3 y su perímetro 7.

$$\begin{aligned} ab &= 3 & a &= 3/b \\ 2(a+b) &= 7 & 2(a+b) &= 7 \rightarrow 2(b+3/b) = 7 \rightarrow 2b+6/b = 7 \rightarrow 2b+6/b-7 = 0 \rightarrow b^2-7b+6 = 0 \end{aligned}$$

$$b = \frac{7 \pm \sqrt{49-48}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} \rightarrow a_1 = 8/4 = 2; a_2 = 1.5$$

la solución es que la base y la altura son 2 y 1.5

4. Cuál es el número natural que sumado al cuadrado de su consecutivo es 109

$$x + (x+1)^2 = 109 \rightarrow x + x^2 + 1 + 2x = 109 \rightarrow x^2 + 3x + 1 - 109 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+432}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-3 \pm 21}{2} \rightarrow x_1 = -12; x_2 = 9$$

es decir:  $-12 + 11^2 = -12 + 121 = 109$  -----  $9 + 10^2 = 9 + 100 = 109$

5. Si al triple de un número se le suma la mitad de su cuadrado, se obtiene el doble del mismo número. ¿Qué números cumplen esta condición?

$$3x + \frac{x^2}{2} = 2x; \frac{x^2}{2} + 3x - 2x = 0; \frac{x^2}{2} + x = 0; x^2 + 2x = 0; x(x+2) = 0; x_1 = 0; x_2 = -2$$

la solución es -2

6. La suma de dos números es 1 y la de sus cuadrados es 13. ¿Qué números son?

$$\begin{aligned} x+y &= 1 & y &= 1-x \\ x^2+y^2 &= 13 & x^2+(1-x)^2 &= 13 \rightarrow x^2+1+x^2-2x-13=0 \rightarrow 2x^2-2x-12=0 \rightarrow x^2-x-6=0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \rightarrow x_1 = 3; x_2 = -2; y = 1-x \rightarrow y_1 = -2; y_2 = 3 \rightarrow \text{solución} = (3, -2)$$

7. La superficie de un triángulo es de 60cm<sup>2</sup>. ¿Cuál es su altura, sabiendo que tiene 2cm más que la base?

$$\text{superficie} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} \rightarrow 60 = \frac{b \cdot (b+2)}{2} \rightarrow 120 = b^2 + 2b \rightarrow b^2 + 2b - 120 = 0$$

$$b = \frac{-2 \pm \sqrt{4+480}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{484}}{2} = \frac{-2 \pm 22}{2} = -1 \pm 11 \rightarrow b_1 = 10; b_2 = -12$$

Como no puede ser negativa la base es  $b = 10\text{cm} \rightarrow \text{altura} = b + 2 = 12\text{cm}$

8. La suma de dos números es 5 y la razón de sus cuadrados es 4. ¿Cuáles son los números que cumplen con esta condición?

$$x + y = 5$$

$$x = 5 - y$$

$$\frac{x^2}{y^2} = 4$$

$$\underline{x^2 = 4y^2} \rightarrow (5 - y)^2 = 4y^2 \rightarrow 25 + y^2 - 10y = 4y^2 \rightarrow 3y^2 + 10y - 25 = 0$$

$$y = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 300}}{6} = \frac{-10 \pm 20}{6} = \frac{-5 \pm 10}{3} \quad y_1 = \frac{5}{3}; y_2 = -5$$

$$y_1 = \frac{5}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{10}{3}; \quad y_2 = -5 \Rightarrow x_2 = 10$$

9. La edad de mi tía, hoy, es el cuadrado de la de su hija. Pero dentro de 9 años será solamente el triple. ¿Qué años tiene hoy?

edad de mi tía hoy = x; edad de mi prima hoy = y

$$x = y^2$$

$$\underline{x + 9 = 3(y + 9)} \rightarrow y^2 + 9 = 3y + 27 \rightarrow y^2 - 3y - 18 = 0 \rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} \rightarrow y_1 = 6; y_2 = -3$$

mi prima tiene 6 años; mi tía  $\rightarrow x = y^2 = 36$  años

De dónde sale la fórmula de la ecuación de 2º grado

$ax^2 + bx + c = 0$  ; dividiendo todo por el coeficiente  $a$  :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Estudiamos:  $x^2 + \frac{b}{a}x$ ; como identidad notable (*cuadrado de una suma*):

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + 2x \frac{b}{2a} = x^2 + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{b}{a}x$$

Luego:  $x^2 + \frac{b}{a}x = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2$  ; sustituimos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Sumando las raíces  $x_1, x_2$

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

- Multiplicando las raíces  $x_1, x_2$

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \left(\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

$$\rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$