INDICADOR DE DIFICULTAD: * * * *

PROBLEMAS DE NÚMEROS

1. La suma de un número entero y su siguiente es 53. ¿Cuáles son los números?

$x+(x+1)=53$; $2x=52$; $x=52/2=26$ → son el 26 y el 27

2. * A un número se le suma 3 y se obtiene la diferencia entre su doble y 1. ¿Qué número es?

Si el número es x →

$x+3=2x-1$; $x-2x=-1-3$; $-x=-4$; $x=4$

3. * Hallar dos números sabiendo que su suma es 21 y que uno de ellos es el doble del otro.

Los dos números serán x y $(2x)$ → $x+2x=21$; $3x=21$; $x=\frac{21}{3}$; $x=7$

Los números son 7 y 14.

4. * Hallar un número sabiendo que si se le multiplica por 4 y se le resta 10 se obtiene 14.

Si el número es x → $4x-10=14$; $4x=24$; $x=\frac{24}{4}$; $x=6$

5. * Encontrar dos números que sumados den por resultado 204, siendo uno de ellos 16 unidades mayor que el otro.

Si uno de los números es x, el otro será $(x+16)$ →

$x+(x+16)=204$; $2x=204-16$; $2x=188$; $x=188/2$; $x=94$ → los números son 94 y 110

6. * Hallar tres números enteros consecutivos cuya suma sea 24.

Un número será x, y los otros, por ejemplo, $x-1$ y $x+1$ →

$x-1+x+x+1=24$; $3x=24$; $x=\frac{24}{3}$; $x=8$ → los números son $(x-1)$ 7, 8 y $(x+1)$ 9

7. * Hay un número que multiplicado por 3, sumándole luego 10, multiplicando lo obtenido por 5, agregándole 10 y multiplicando finalmente el resultado por 10, da 750. ¿Qué número es?

Si el número es x →

$10\cdot[5\cdot(3x+10)+10]=750$; $[5\cdot(3x+10)+10]=75$; $15x+50+10=75$; $15x=75-60$; $15x=15$; $x=1$

8. * Hallar dos números cuya diferencia es 20 y su suma es 48.

Si un número es x, el otro será $(48-x)$ → $x-(48-x)=20$; $x-48+x=20$;

$2x=68$; $x=\frac{68}{2}=34$; Por tanto, un número es 34 y el otro 14 $(48-x)$.

9. * El producto de dos números es 240 y su *MCD* es 3; ¿cuál es el *mcm*?

¡ATENCIÓN! EL PRODUCTO DE 2 NÚMEROS ES IGUAL AL PRODUCTO DE SU *MCD* POR SU *mcm*

Por tanto → 240 = 3·*mcm* → $mcm=\frac{240}{3}=80$

10.* El producto del *MCD* y del *mcm* de dos números es 6000 y el *mcm* es 600. ¿Cuál es el *MCD*? Si uno de los números es 150, ¿cuál es el otro?

6000 = 600·*MCD* → $MCD = \frac{6000}{600} = 10$; al otro número le llamamos x;

x·150 = *mcm*·*MCD* → x·150 = 6000 → $x = \frac{6000}{150} = \frac{600}{15} = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}{3 \cdot 5} = 2^3 \cdot 5 = 8 \cdot 5 = 40$

El otro número es 40.

11.* ¿Cuál es el número que se obtiene como la suma de su mitad más 1 y su mitad menos 1?

$\frac{x}{2} + 1 + \frac{x}{2} - 1 = x;\ \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = x;\ \frac{2x}{2} = x;\ x = x$ → Es decir, CUALQUIER número

12.** Hallar dos números sabiendo que su suma es 37 y que si se divide el mayor por el menor, el cociente vale 3 y el resto, 5.

Si un número es x, el otro será (37-x) →

$\frac{37-x}{x} = 3 + \frac{5}{x}$; Multiplicando TODO por x tenemos: $37 - x = 3x + 5;\ -x - 3x = 5 - 37;$

$-4x = -32;\ 4x = 32;\ x = \frac{32}{4};\ x = 8;$ Los números serán 8 y 29 (37-8)

13.** Hallar dos números sabiendo que su suma es 36 y que si se divide el mayor por el menor, el cociente vale 2 y el resto, 3.

$\frac{36-x}{x} = 2 + \frac{3}{x};\ 36 - x = 2x + 3;\ -3x = -33;\ x = 11;$ Los números son 11 y 25.

14.* La diferencia de los cuadrados de dos números enteros positivos consecutivos es 23. ¿Qué números son?

Se resuelve sabiendo cuál es el *<u>CUADRADO DE UNA SUMA</u>*: $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

Los números serán x y (x+1); pero igualmente podrían ser, por ejemplo, x y (x-1)

$(x+1)^2-x^2=23;\ x^2+1+2x-x^2=23;\ 1+2x=23;\ 2x=22;\ x=11$ → los números son 11 y 12

Como se decía más arriba, el resultado es el mismo con la ecuación:
$x^2-(x-1)^2=23$ ¡Compruébalo!

15.** Hallar un número sabiendo que su mitad es igual a su sexta parte más cinco.

$\frac{x}{2} = \frac{x}{6} + 5$; El *mínimo común múltiplo* de los denominadores es m.c.m.(2,6)=6. Así que vamos a multiplicamos TODO por 6, para quitarnos los denominadores →

$6\left(\frac{x}{2}\right) = 6\left(\frac{x}{6} + 5\right);\ \frac{6x}{2} = \frac{6x}{6} + 6 \cdot 5;\ 3x = x + 30;\ 2x = 30;\ x = \frac{30}{2};\ x = 15$

16.** Si se suman la mitad de la diferencia entre el triple de un número y 1 con la cuarta parte de la diferencia entre 1 y el quíntuplo de ese número, sale un tercio del número. ¿Qué número es?

$\frac{3x-1}{2} + \frac{1-5x}{4} = \frac{x}{3};\ \frac{18x - 6 + 3 - 15x}{12} = \frac{4x}{12};\ 3x - 3 = 4x;\ 3x - 4x = 3;\ x = -3$

17.** Hallar dos números enteros pares consecutivos sabiendo que el doble del menor excede al mayor en 18.

A CUALQUIER número, si se le multiplica por 2, es par SEGURO. Por tanto, un número par cualquiera será 2*x*, y sus consecutivos, 2*x*+2, 2*x*+4, 2*x*+6… ó 2*x*-2, 2*x*-4, 2*x*-6… Por tanto, si el menor es 2*x*, el mayor será 2*x*+2, por ejemplo →

$$2\cdot 2x=(2x+2)+18;\;\; 4x=2x+20;\;\; 2x=20;\;\; x=\frac{20}{2};x=10$$

¿Es 10 uno de los números? ¡NO! Los números eran (2*x*) y (2*x*+2), es decir; 20 y 22.

¿Saldría el mismo resultado con cualquier otro par de números? Sí, claro, con (2*x*) y (2*x*-2); o con (2*x*+20) y (2*x*+22), si se quisiera. Simplemente, los cálculos salen más complicados, pero el resultado es EL MISMO.

18.** Hallar dos enteros impares consecutivos sabiendo que la diferencia de sus cuadrados es 64.

¡MUCHA ATENCIÓN! ¡NO es lo mismo la diferencia de cuadrados (a^2-b^2) que el cuadrado de la diferencia $(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$!

Vimos antes que un número par es 2*x*. Por tanto, uno impar será 2*x*+1, y su consecutivo, 2*x*+3 (ó 2*x*-1 y 2*x*-3, tanto daría) →

$$(2x+3)^2-(2x+1)^2=64;\;\; 4x^2+9+12x-(4x^2+1+4x)=64;\;\; 4x^2-4x^2+12x-4x+9-1=64;$$

$8x+8=64;\;\; 8x=56;\;\; x=\frac{56}{8}=7;$ Los números serán 15 y 17.

19.** Hallar tres números cuya suma es 54 sabiendo que el primero es igual al doble del segundo más cuatro, y que el tercero es igual al doble del primero.

De los tres números, llamaremos *x* a uno de ellos; en este caso, por comodidad, *x* será el segundo, ya que el primero depende de él, pero podría serlo cualquiera de los otros.

1er número → 2*x*+4 2º número → *x* 3er número → 2·(2*x*+4)=4*x*+8	$2x+4+x+4x+8=54;$ $7x+12=54;\;\; 7x=42;$ $x=42/7=6;$	1er número → 2*x*+4 = 16 2º número → *x* = 6 3er número → 4*x*+8 = 32

PROBLEMAS DE EDADES

En los problemas de edades, aunque no sea necesario, al menos al principio se resuelven mejor si se hace un cuadro para plantear el problema.

20. * La edad de un padre es de 41 años, y la de su hijo es 9. Hallar al cabo de cuántos años la edad del padre triplicará la del hijo.

	hoy	futuro
hijo	9	9+*x*
padre	41	41+*x*

$3(9+x)=41+x;\;\; 27+3x=41+x;\;\; 2x=14;\;\; x=7$

Dentro de 7 años la triplicará.

21. ***** Hace 10 años, la edad de Carlos era cuatro veces mayor que la de Javier. Hoy, sólo es el doble. Hallar las edades actuales de ambos.

	hoy	-10 años
Javier	*x*	*x*-10
Carlos	2*x*	2*x*-10

Carlos hace 10 años = 4 · (Javier – 10 años)

$2x-10=4(x-10);\ \ 2x-10=4x-40;\ \ -2x=-30;$

$x=15$ años tiene Javier hoy, y 30 Carlos.

22. ***** Un padre tiene 24 años más que su hijo. Determinar sus edades actuales sabiendo que dentro de 8 años la edad del padre será el doble que la del hijo.

	hoy	+8 años
hijo	*x*	*x*+8
padre	*x*+24	*x*+24+8

$2(x+8)=x+32;\ \ 2x+16=x+32;\ \ x=16$

El hijo tiene 16 años, y el padre, 40.

23. ***** Isa tiene 15 años más que su hermana Ana. Hace 6 años la edad de Isa era 6 veces la de Ana. Hallar las edades actuales.

	hoy	- 6 años
Ana	*x*	*x*-6
Isa	*x*+15	*x*+15-6

$6(x-6)=x+9;\ \ 6x-36=x+9;\ \ 5x=45;$

$x=9;$

Ana tiene 9 años, e Isa tiene 24.

24. ***** La edad actual de Juan es el doble de la de Luís. Hace cinco años Juan era tres veces mayor que Luís. Hallar sus edades actuales.

	hoy	-5 años
Juan	2*x*	2*x*-5
Luís	*x*	*x*-5

$3(x-5)=2x-5;\ \ 3x-15=2x-5;\ \ x=10;$

Luís tiene 10 años, y Juan, 20.

PROBLEMAS DE FRACCIONES

25. ***** El lunes, Silvia se gastó las 2/5 partes de sus ahorros en ropa; el viernes gastó 2/3 del dinero que le quedaba en un libro para su hermano, y aún tiene 120€. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Silvia? ¿Es cierto que gastó lo mismo en ropa que en el libro de su hermano?

ahorros=*x* →

$$\frac{2x}{5}+\frac{2}{3}\cdot\frac{3x}{5}+120=x;\ \ \frac{2x}{5}+\frac{2x}{5}+120=x;\ \ \frac{4x}{5}+20=x;\ \ \frac{4x}{5}=x-20;\ \ 4x=5x-600;\ \ x=600;$$

$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 3}{3\cdot 5}=\frac{2}{5}$; Sí, se gastó lo mismo en ropa que en el libro: 2/5 d en cada uno.

(Si resolviésemos el problema como en fracciones, habríamos dicho que todo los ahorros = *1*)

26. ***** El lunes se asfaltó la sexta parte de un camino. El martes se asfaltaron las 3/5 partes de lo que quedaba sin asfaltar, y el miércoles se asfaltaron los últimos 600 metros. ¿Qué longitud tiene el camino en total?

camino = x

(Si resolviésemos el problema como en fracciones, diríamos que todo el camino = *1*)

$\frac{x}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{3x}{5}+600=x;\qquad \frac{x}{6}+\frac{3x}{6}+600=x;\qquad \frac{4x}{6}+600=x;\qquad \frac{2x}{3}=x-600;$

$2x=3x-1800;\ x=1800m;$ El camino mide 1.8Km

27. * Tres amigos hacen un viaje en coche y cada uno conduce durante una parte del trayecto. El primero lo hace la primera quinta parte del recorrido; el segundo, durante un tercio de lo que falta; y el tercero, 720Km. ¿Qué distancia recorrieron en total?

Viaje = *x* kilómetros

(Si resolviésemos el problema como en fracciones, diríamos que todo el viaje = *1*)

$\frac{x}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4x}{5}+720=x;\qquad \frac{x}{5}+\frac{4x}{15}+720=x;\qquad \frac{3x+4x+10800}{15}=\frac{15x}{15};\ 3x+4x-15x=-10800;$

$-8x=-1088;\ x=\frac{10800}{8}=1350$ Km. de recorrido

28. * Un turista gastó un quinto de su dinero en el desayuno, y la mitad de lo que le quedaba más 1 euro en periódicos. Si le sobraron 6 euros, ¿cuánto dinero tenía?

Todo el dinero del turista = *x*

(Si resolviésemos el problema como en fracciones, diríamos que todo el dinero del turista = *1*)

$\frac{x}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4x}{5}+1+6=x;\ \frac{x}{5}+\frac{4x}{10}+7=x;\ \frac{x}{5}+\frac{2x}{5}+7=x;\ \frac{3x}{5}+7=x;\ 3x+35=5x;\ 5x-3x=35;$

$2x=35;\ x=17.5€$ tenía el turista.

29. * Un día le preguntaron a Pitágoras cuántos discípulos tenía, y respondió: "La mitad estudia Matemáticas; un cuarto, los misterios de la Naturaleza; un séptimo medita en silencio; y además hay tres mujeres". ¿Cuántos discípulos tenía Pitágoras?

Todos los discípulos = *x*

$x=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{7}x+3;\ x\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)=3;\ x\left(\frac{28}{28}-\frac{14}{28}-\frac{7}{28}-\frac{4}{28}\right)=3;\ x\left(\frac{3}{28}\right)=3;$

$x=\frac{28\cdot 3}{3}=28$ discípulos tenía.

PROBLEMAS DE BILLETES Y MONEDAS

30. * Un ciudadano sudamericano tiene dinero de su país, 350 pesos, en billetes de 5 y 25 pesos. Sabiendo que tiene 50 billetes, calcula el número de billetes de 5 pesos que tiene.

x será el número de billetes de 5 pesos; y (50-*x*) el número de billetes de 25 pesos →

$5x+25(50-x)=350;\ 5x-25x+1250=350;\ -20x=-900;\ x=\frac{-900}{-20}=\frac{900}{20}=\frac{90}{2}=45;$

Tiene 45 billetes de 5 pesos (y, por tanto, 5 billetes de 25 pesos).

31. ***** Un abuelo guarda en una bolsa monedas de las antiguas pesetas, concretamente monedas de 5, 25 y 50 pesetas. Sabiendo que el número de monedas de 25 es igual la doble de las de 50, y que el número de monedas de 5 es igual al doble del de 25 menos dos, hallar las monedas que existen de cada clase.

de 5 →	4*x*-2
de 25 →	2*x*
de 50 →	*x*

$$50x + 25\cdot 2x + 5(4x-2) = 230; \;\; 50x + 50x + 20x = 230 + 10;$$

$120x = 240; \;\; x = \frac{240}{120} = \frac{24}{12} = 2$ monedas de 50 pesetas.

Por tanto, tendrá 2 monedas de 50, 4 de 25 y 6 de 5 pesetas.

32. ***** Un chico americano tiene 5 dólares en monedas de 25 y 50 centavos. Sabiendo que el número de las de 25 es igual al doble de las de 50, hallar el número de monedas de cada clase.

Lo primero: no podemos mezclar dólares y centavos, hay que ponerlo todo en la misma unidad. Para evitar los decimales, ponemos todo en centavos: 5 dólares = 500 centavos.

Llamamos *x* al número de monedas de 50 centavos; de 25 centavos hay el doble.

$25x\cdot 2 + 50x = 500; \;\; 50x + 50x = 500; \;\; 100x = 500; \;\; x = \frac{500}{100} = 5$ monedas de 50 centavos; y 10 monedas de 25 centavos.

33. ***** Las entradas a un espectáculo cuestan 50 euros a los adultos y 20 a los niños. Si asistieron 280 personas y se recaudaron 8 mil euros, ¿cuántos niños y adultos fueron?

Si decimos que asistieron *x* adultos, lógicamente los niños fueron (280-*x*) →

$$50x + 20(280 - x) = 8000; \;\; 50x - 20x = 8000 - 5600; \;\; 30x = 2400; \;\; x = \frac{2400}{30} = \frac{240}{3} = 80$$

80 adultos asistieron, y *(280-80)* 200 niños.

PROBLEMAS COMERCIALES Y DE PORCENTAJES

34. ***** Una persona invierte 300 mil euros en dos tipos de acciones, y recibe anualmente 10 mil euros de intereses. Sabiendo que un tipo de acciones le rentan el 5% anual y las otras el 3% a interés simple, hallar el dinero que tiene en cada tipo de acciones.

Sea *x* la cantidad invertida al 5%; y (300000-*x*) la invertida al 3%.

Intereses al 5& + intereses al 3% = 10000 →

$$0.05x + 0.03(300000 - x) = 10000; \;\; 0.05x - 0.03x + 9000 = 10000; \;\; 0.02x = 1000;$$

$x = \frac{1000}{0.02} = \frac{100000}{2} = 50000$; 50mil euros en acciones al 5%; y 250mil euros al 3%.

35. ***** Hallar el sueldo bruto anual de un trabajador sabiendo que tras retenerle el 14% de Impuesto sobre la Renta percibe 26660 euros anuales.

Si *x* es su sueldo → sueldo menos impuestos = lo que recibe al año:

$x - 0.14x = 26660; \;\; 0.86x = 26660; \;\; x = \frac{26660}{0.86} = \frac{2666000}{86} = 31000$ euros anuales brutos

36. * Un alto ejecutivo cobra 200 euros cada día que va a trabajar, y le quitan 50 cada día que no va. Si al cabo de 25 le pagan 4500 euros, ¿cuántos días fue al trabajo?

Si *x* son los días que ha ido al trabajo → (25-*x*) son los que no ha ido.

$$200x - 50(25 - x) = 4500; \;\; 200x + 50x - 1250 = 4500; \;\; 250x = 5750;$$

$x = \frac{5750}{250} = \frac{575}{25} = \frac{115}{5} = 23$ días ha trabajado.

37. ** Hallar el precio que un vendedor debe poner a un artículo que a él le cuesta 1200 euros para poder ofrecerlo con un descuento del 20% sobre el precio señalado, y todavía ganar en la venta un 25% sobre el precio de venta.

Sea *x* el precio marcado del artículo → precio de venta = *x*-0.20x = 0.80*x*

Como la ganancia = 25% del precio de venta → coste = 75% del precio de venta

Coste = 0.75 · (precio de venta)

$1200 = 0.75(0.8x); \;\; 1200 = 0.6x; \;\; x = \frac{1200}{0.6} = \frac{12000}{6} = 2000$ euros es el precio marcado.

PROBLEMAS DE MEDIDAS

38. * En un rectángulo de 56cm de perímetro, la altura es 7cm mayor que la base; ¿cuál es el área del rectángulo?

base = b; altura = a → perímetro = b +b +a +a = 2(b+a)

altura= base+7 →

2·[b+(b+7)])=56; 4b+14=56; 4b=56-14; b=42/4=10.5
base=10.5cm; altura=b+7=10.5+7=17.5cm → área=b·a=10.5·17.5=183.75cm^2

39. * En un triángulo isósceles de 55cm de perímetro, el lado desigual es la mitad de los lados iguales. ¿Qué longitud tiene cada lado?

Lado igual = *x*; lado desigual = *x*/2 →

$x + x + \frac{x}{2} = 55; \;\; 2x + \frac{x}{2} = 55; \;\; 2\left(2x + \frac{x}{2}\right) = 55 \cdot 2; \; 4x + x = 110; \;\; 5x = 110; \;\; x = \frac{110}{5} = 22$ cm. mide cada uno de los dos lados iguales; y 11 cm. el desigual.

40. * Una ventana rectangular de 1.2m de alto por 1.8m de ancho se la quiere agrandar agregándole el mismo número de centímetros a lo ancho como a lo largo, de tal manera que su perímetro resulte igual a 6.48m. ¿Cuáles serán las nuevas dimensiones de la ventana?

Lo que se va a agrandar = *x*

2(1.2+*x*)+2(1.8+*x*)=6.48 → simplificando por 2 → 1.2+*x*+1.8+*x*=3.24 →

2*x*=3.24-3 → 2*x*=0.24; *x*=0.12m → se han de añadir 12cm a la base y a la altura

41. * Hallar la longitud del lado de un cuadrado sabiendo que si se aumenta ésta en 4 metros, su área se incrementa en 64 m^2.

Si *x* es el lado del cuadrado antiguo, el del nuevo cuadrado es (*x*+4) →

área antigua + 64 = área nueva →

$x^2 + 64 = (x+4)^2$; $x^2 + 64 = x^2 + 16 + 8x$; $x^2 - x^2 - 8x = 16 - 64$; $-8x = -48$;

$x = \frac{-48}{-8} = 6$

6 metros es la longitud del cuadrado original, 10 metros el lado del cuadrado nuevo.

42. * Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 20cm y la hipotenusa es 10cm mayor que el otro cateto. Hallar la longitud de los dos lados desconocidos.

Si *x* es la longitud del cateto desconocido, la de la hipotenusa es (*x*+10)

Por Pitágoras: cuadrado de la hipotenusa = suma de los cuadrados de los catetos →

$(x+10)^2 = 20^2 + x^2$; $x^2 + 100 + 20x = 400 + x^2$; $x^2 - x^2 + 20x = 400 - 100$; $20x = 300$;

$x = \frac{300}{20} = \frac{30}{2} = 15$ cm mide el otro cateto, y 25cm la hipotenusa.

43. * Hallar la temperatura a la que coinciden las indicaciones de dos termómetros graduados, uno en la escala Celsius (centígrada) y otro en la Fahrenheit. (Temperatura F = $\frac{9}{5}$ C +32).

Si *x* es la temperatura buscada, tanto en centígrada como en Fahrenheit →

$x = \frac{9}{5}x + 32$; Multiplicando todo por 5 → $5x = 9x + 160$; $-4x = 160$; $x = \frac{-160}{4} = -40$

Es decir: -40° F = -40° C

44. * Hallar las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 110cm y que su base es 5cm más pequeña que el doble de su altura.

altura = *x*; base = 2*x*-5 ; perímetro = (base + altura) · 2 →

$2(x + 2x - 5) = 110$; $2(3x - 5) = 110$; $6x - 10 = 110$; $6x = 120$; $x = \frac{120}{6} = 20$ cm. de altura.

La base medirá (2·20-2)= 35cm.

45. ** Hallar las dimensiones de una puerta rectangular sabiendo que su altura es 80cm mayor que su anchura y que, al aumentar sus dimensiones en 20cm, el área se incrementa en 0.6m^2.

	antigua	nueva
ancho	*x*	*x*+20
alto	*x*+80	*x*+100
área	*x*(*x*+80)	*x*(*x*+80)+6000

$(x+20)(x+100) = x(x+80) + 6000$;

$x^2 + 100x + +20x + 2000 = x^2 + 80x + 6000$;

$120x - 80x = 6000 - 2000$; $40x = 4000$; $x = 100$ cm.

La puerta mide 1 metro de ancho y 1.8 metros de alto.

46. * El área de un cuadrado excede a la de un rectángulo en 3cm^2. Hallar el lado del cuadrado sabiendo que la anchura del rectángulo es 3cm más pequeña que el lado del cuadrado, y que la altura de aquél es 4cm mayor que éste.

Sea *x* el lado del cuadrado →

$x^2 - 3 = (x+4)(x-3)$; $x^2 - 3 = x^2 - 3x + 4x - 12$; $x^2 - x^2 - x = 3 - 12$; $-x = -9$; $x = 9$

El lado del cuadrado mide 9cm.

47. ** El perímetro de un triángulo rectángulo es igual a 40cm. Sabiendo que uno de los catetos mide 15cm, hallar la longitud de los otros dos lados.

Si *x* es la longitud del cateto desconocido, la de la hipotenusa es: 40-15-*x*=25-*x*

Por Pitágoras: cuadrado de la hipotenusa = suma de los cuadrados de los catetos →

$(25-x)^2 = x^2 + 15^2$; $625 + x^2 - 50x = x^2 + 225$; $x^2 - x^2 - 50x = 225 - 625$; $-50x = -400$;

$x = \frac{-400}{-50}$; $x = \frac{40}{5} = 8$ cm. mide el segundo cateto; y 17cm. la hipotenusa (=25-*x*=25-8).

PROBLEMAS DE MEZCLAS

48. ** Hallar el número de kilos que se deben tomar de dos ingredientes cuyos precios son 45 y 85 euros/Kg, respectivamente, para obtener un producto de 40kg a un precio de 60euros/kg.

Sea *x* = masa del de 45 euros; (40-*x*) = masa del de 85 euros.

Valor del ingrediente de 45€/Kg + valor del ingrediente de 85€/Kg = valor de la mezcla →

$$45x + 85(40 - x) = 60 \cdot 40;$$

$45x - 85x - 85 \cdot 40 = 60 \cdot 40$; $-40x = 60 \cdot 40 - 85 \cdot 40$; Dividiendo todo por 10;

$-4x = 60 \cdot 4 - 85 \cdot 4$; Sacando factor común; $-4x = 4(60 - 85)$; $x = \frac{4(60-85)}{-4}$;

$x = -(60 - 85) = -(-15) = 15$;

x=25 Kg. del de 45€/Kg.; y (40-*x*)= 15Kg del de 85€/Kg.

49. ** Un agricultor quiere mezclar aceite de 28 céntimos el litro con otro de 33 céntimos el litro para obtener 45 litros de un producto al precio de 30 céntimos el litro. Calcular las cantidades que se deben tomar para cada uno de los tipos de aceite.

Sea *x* = litros del de 28 cts.; y (45-*x*) los litros del de 33 cts.

$28x + 33(45 - x) = 30 \cdot 45$; $28x - 33x + 33 \cdot 45 = 30 \cdot 45$; $-5x = 30 \cdot 45 - 33 \cdot 45$;

$-5x = 45(30 - 33)$; $x = \frac{45(30-33)}{-5} = \frac{-3 \cdot 45}{-5} = \frac{-3 \cdot 5 \cdot 9}{-5} = 27$ litros del aceite de 28 céntimos; y (45-27=) 18 litros del aceite de 33 céntimos.

PROBLEMAS DE MÓVILES

Para resolver los problemas de móviles, hay que tener en cuenta la ecuación de la velocidad uniforme que es: $velocidad = \frac{espacio}{tiempo}$; $v = \frac{s}{t}$. $t = \frac{s}{v}$; $s = v \cdot t$ *En estos problemas, siempre ocurrirá que los dos móviles recorran el mismo espacio, o espacios diferentes en el mismo tiempo, o que vayan a la misma velocidad.*

50. * Dos automóviles, A y B, cuyas velocidades medias son de 30 y 40Km/hora, respectivamente, distan 280Km. Hallar a qué hora se encontrarán sabiendo que a las tres de la tarde empiezan a moverse el uno hacia el otro.

En este problema, el tiempo es el mismo para ambos, pues salen a la vez.

Y si A recorre *x* kilómetros, B recorrerá 280-*x* kilómetros (todo menos lo que haya recorrido A.

Por tanto → $\frac{s_A}{v_A}=\frac{s_B}{t_B}$

$\frac{x}{30}=\frac{280-x}{40}$; Multiplicando ambos términos por 10, para simplificar; $\frac{x}{3}=\frac{280-x}{4}$;

$4x=3(280-x);\quad 4x=-3x+840;\quad 7x=840;\quad x=\frac{740}{7}=120$ Km. recorre A cuando se encuentran. Como circula a 30Km/hora, tardará 4 horas.

Si lo vemos desde B → B recorre (280-*x*) kilómetros, es decir, 160 kilómetros. Al circular a 40Km/hora, lo hará también en 4 horas. Lógicamente, los tiempos de A y B son iguales.

Si salieron a las tres de de la tarde, se encontrarán a las 7 de la tarde.

51. * Dos automóviles, A y B, parten de un mismo punto y recorren un trayecto rectilíneo con velocidades medias de 30 y 50Km/hora, respectivamente. Sabiendo que B sale 3 horas después que A, hallar el tiempo y la distancia recorrida hasta que se encuentran.

La distancia recorrida por A y B será la misma → $v_A \cdot t_A = v_B \cdot t_B$

Si B sale 3 horas más tarde, es que $t_B = t_A - 3$. Llamando *x* al tiempo de A →

$$30x=50(x-3);\ 30x=50x-50\cdot 3;\ -20x=-50\cdot 3;\ x=\frac{-50\cdot 3}{-20}=\frac{5\cdot 3}{2}=\frac{15}{2}=7.5$$

7.5 horas tardará A, que son 7 horas y media (¡Cuidado! NO 7 horas y 50 minutos)

B tardará 3 horas menos, es decir, 4 horas y media.

Distancia → $30\cdot 7.5=3\cdot 75=225$ kilómetros recorrerá A. Si lo vemos por el lado de B:

$50\cdot 4.5=5\cdot 45=225$ Kilómetros recorrerá B. Recorren la misma distancia.

52. ** La velocidad, en aguas en reposo, de una motora es de 25Km/hora. Sabiendo que cuando avanza contra corriente recorre 4.2 kilómetros en el mismo tiempo que recorre a favor de ella 5.8 kilómetros, calcular la velocidad de la corriente.

Si *v* es la velocidad de la corriente, tiempo = espacio / velocidad

Tiempo a favor de la corriente = tiempo en contra de la corriente →

$$\frac{4.2km}{(25-v)km/h}=\frac{5.8km}{(25+v)km/h};$$

$$4.2(25+v)=5.8(25-v);\ 4.2\cdot 25+4.2v=5.8\cdot 25-5.8v;\ 4.2v+5.8v=5.8\cdot 25-4.2\cdot 25;$$

$10v=25(5.8-4.2);\quad v=\frac{25(5.8-4.2)}{10}=\frac{5\cdot 1.6}{2}=5\cdot 0.8=4$ Kilómetros / hora.

53. ******* Dos automóviles, A y B, recorren una pista circular de 1 Km. de longitud en 6 y 10 minutos, respectivamente. Suponiendo que parten en el mismo instante del mismo lugar, hallar al cabo de cuánto tiempo se encontrarán si se mueven alrededor de la pista: ***a***) en la misma dirección; ***b***) en direcciones opuestas.

Sea *x* el tiempo (que será el mismo para ambos automóviles)

Las velocidades de A y B son, respectivamente, 1/6 y 1/10 kilómetros/minuto.

a. Se encontrarán cuando A recorra 1 kilómetro más que B. Un kilómetro porque es la longitud de la pista, y se encontrarán cuando le "doble", cuando dé una vuelta más que B.

Distancia que recorre A – Distancia que recorre B = 1; $s = v \cdot t$

$v_A \cdot x - v_B \cdot x = 1;\ \frac{1}{6}x - \frac{1}{10}x = 1;$ dado que mcm(6,10)=30; $30\left(\frac{x}{6} - \frac{x}{10}\right) = 30;\ 5x - 3x = 30;$

$2x = 30;\ x = \frac{30}{2} = 15$ minutos que tardarán en encontrarse.

b. Salen en direcciones opuestas, se encontrarán en una parte del circuito. Y no hay ninguna parte del circuito que no recorran, entre los dos lo recorren todo, que es 1 Km.

Distancia que recorre A + Distancia que recorre B = 1Km; $s = v \cdot t$

$v_A \cdot x + v_B \cdot x = 1;\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{10}x = 1;$ dado que mcm(6,10)=30; $30\left(\frac{x}{6} + \frac{x}{10}\right) = 30;\ 5x + 3x = 30;$

$8x = 30;\ x = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ de minuto tardarán en encontrarse (menos de 4 minutos)

<u>PROBLEMAS DE DÍGITOS</u>

Supongamos que tenemos un número como 358. 3 son las centenas, 5 las decenas y 8 las unidades. Podemos decir que 358 es 3·100+5·10+8.

De la misma manera. Un número cualquiera abc *sería 100*a+*10*b+c.

Si le damos invertimos los dígitos que lo forman, tendríamos cba=*100*c+*10*b+a

54. ***** Hallar un número de dos cifras sabiendo que la correspondiente a las decenas excede en 4 a la cifra de las unidades y, por otra parte, es igual al doble de ésta menos 1

Sea *x* la cifra de las unidades; la de las decenas será (*x*+4)

Y como la cifra de las decenas =2(cifra de las unidades)-1 →

$x + 4 = 2(x) - 1;\ x + 4 = 2x - 1;\ x - 2x = -1 - 4;\ -x = -5;\ x = 5$

Por tanto, *x*=5, (*x*+4)=9 → el número es 95

55. ****** Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de éstas es 12 y que si se invierten el número que resulta es igual a 4/7 del primitivo.

Sea *x* la cifra de las unidades; la de las decenas será (12-x)

Número original = 10(12-x)+x

Invirtiendo el orden de las cifras resulta el número = 10x+(12-x)

Dado que (número nuevo) = 4/7 (número original) →

$$10x + (12 - x) = \frac{4}{7}[10(12 - x) + x];\ 9x + 12 = \frac{4}{7}(120 - 9x);\ 7(9x + 12) = 4(120 - 9x);$$

$$63x+7\cdot 12=4\cdot 120-36x;\ \ 63x+36x=4\cdot 120-7\cdot 12;\ \ 99x=12(40-7);$$

$$x=\frac{12\cdot 33}{99}=\frac{12}{3}=4$$

4 es la cifra de las unidades, y (12-4)=8 la de las decenas → el número es 84

56. ** Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de éstas es igual a 1/7 del número y que la cifra de las decenas excede en 3 a la correspondiente a las unidades.

Sea *x* la cifra de las decenas; la de las unidades será (*x*-3)

$$x+x-3=\frac{1}{7}[10x+(x-3)];\ \ 7(2x-3)=11x-3;\ \ 14x-21=11x-3;\ \ 3x=18;\ \ x=6$$

La cifra de las decenas es 6; y la de las unidades es (6-3=) 3 → el número es 63

57. ** Hallar un número de dos cifras sabiendo que la de las decenas es igual a 1/3 de la correspondiente de las unidades y que, si se invierten, el número que resulta es igual al doble del primitivo más la suma de las cifras de éste más dos unidades.

Sea *x* la cifra de las decenas; la de las unidades será 3*x*

Número primitivo = *x*·10+3*x*=13*x*

Número nuevo = 3*x*·10+*x*=31*x*

$$31x=2\cdot 13x+x+3x+2;\ \ 31x=30x+2;\ \ x=2$$

Las cifra de las decenas es 2; la de las unidades, es (3·*x*=) 6 → el número es 26

PROBLEMAS DE TIEMPOS DE TRABAJO

58. * Un obrero puede realizar un trabajo en 3 días, y otro obrero lo puede hacer en 6. hallar el tiempo que tardarán en realizar dicho trabajo los dos juntos.

Hay dos formar de resolverlo:

a. Sea *x* el número de días que tardan trabajando juntos:

En 1 día, el primero hace 1/3 del trabajo; y el segundo hace 1/6 del trabajo. Juntos harán 1/*x* en 1 día →

$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{x}$; el mínimo común múltiplo es mcm(3,6,*x*)=6*x*; $6x\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=\frac{6x}{x};\ \ 2x+x=6;$

$3x=6;\ \ x=\frac{6}{3}=2$ días tardarán juntos.

b. En *x* días, entre los dos realizarán el trabajo completo (=1):

$x\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=1;$ Resolviendo: $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{x};$ y sale igual que antes.

59. * Tres grifos llenan un depósito en 20, 30 y 60 minutos, respectivamente. Calcular el tiempo que tardará en llenarse dicho depósito usando los tres grifos simultáneamente.

En un minuto, los tres grifos llenarán $\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}\right)$ del depósito. En x minutos llenarán →

$\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}=\frac{1}{x};\ \ 60x\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}\right)=\frac{60x}{x};\ \ 3x+2x+x=60;\ \ 6x=60;\ \ x=10$ minutos.

60. ** Actuando juntos los operarios A y B realizan un trabajo en 6 días. El operario A trabaja 2 veces más deprisa que B. Hallar los días que tardarían en realizar el trabajo cada uno por separado.

Si A tarda *x*, B tardaría 2*x* (el doble) →

$\frac{1}{x}+\frac{1}{2x}=\frac{1}{6}$; mcm($x$,2$x$,6)=6$x$; $6x\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{2x}\right)=\frac{6x}{6}$; $6+3=x$;

$x=9$ días tardaría A; y B tardaría 18 días.

61. ** Un granjero puede trabajar un cierto terreno a una velocidad tres veces mayor que la de su hijo. Trabajando juntos invierten 6 horas en realizar la labor. Hallar el tiempo que tardarían en realizarlo cada uno por separado.

Sean *x* las horas que tardaría el granjero y 3*x* (el triple) las que tardaría su hijo.

$\frac{1}{x}+\frac{1}{3x}=\frac{1}{6}$; $\frac{3}{3x}+\frac{1}{3x}=\frac{1}{6}$; $\frac{4}{3x}=\frac{1}{6}$; $4\cdot 6=3x$; $3x=24$ horas tardaría el hijo; y el padre, 8.

62. ** Dos grifos llenan un depósito en 10 y 15 minutos, respectivamente. Los dos grifos anteriores y un tercero, actuando todos a la vez, llenan el depósito en 4 minutos. Hallar el tiempo que tardaría en llenarse el depósito sólo con el tercer grifo abierto.

Ese tercer grifo tardaría *x* minutos →

$\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4}$; mcm(10,15,$x$,4)=60$x$; $60x\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{x}\right)=\frac{60x}{4}$; $6x+4x+60=15x$;

$-5x=-60$; $x=\frac{-60}{-5}=12$ minutos tardaría si sólo estuviese abierto el tercer grifo.

63. *** La velocidad a la que trabaja A es tres veces mayor que la de B. Los operarios A y B empiezan a trabajar juntos durante 4 horas, al cabo de las cuales A se retira y continúa solo B, que termina el trabajo en 2 horas. Hallar el tiempo que tardaría B en hacer todo el trabajo si estuviese él solo.

Sean *x* las horas que tardaría A, y 3*x* (el triple) las que tardaría B trabajando solo.

En 1 hora, A realiza 1/*x* del trabajo, y B hace 1/3*x* del mismo →

$4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3x}\right)+2\left(\frac{1}{x}\right)=1$ (=trabajo completo); $\frac{4}{x}+\frac{4}{3x}+\frac{2}{x}=1$; $\frac{6}{x}+\frac{4}{3x}=x$; $\frac{18}{3x}+\frac{4}{3x}=1$;

$\frac{22}{3x}=1$; $3x=22$ horas, que es lo que tardaría B haciendo solo todo el trabajo.