1. Opera:

(-15) + (-7) = - 22	3 + (5 -3) = 5	$a^3 \cdot a^2 \cdot a^3 = a^8$
(-3) - (+6) = - 9	(3+4) × (5-3) = 7 × 2= 14	$(-3)^3 = -27$
(+2) × (+6) × (-1) =-12	(-18) : (-3) = + 6	$(a/b)^2 = a^2/b^2$

2. Los 3/5 de un día, ¿cuántos minutos son?

1 día = 24horas · 60minutos/hora= 1440 minutos; $\frac{3}{5}\cdot 1440 = \frac{3\cdot 288\cdot 5}{5} = 3\cdot 288 = 864$ minutos

3. Una empresa realiza dos pedidos a sus proveedores por valor de 1200€, cinco pedidos de 1750€ y otros tres de 2300€. ¿Cuál es el valor total de los pedidos?

2 pedidos · 1200€ = 2.400
5 pedidos · 1750€ = 8.750
3 pedidos · 2300€ = 6.900

1.8050 € en total los 10 pedidos.

4. Un colegio quiere llevarse de excursión a 455 alumnos en autobús. Si en cada autobús caben 65 pasajeros, ¿cuántos autocares se necesitarán?

455 pasajeros : 65 pasajeros / cada autocar = 7 autocares.

- Alquilar cada autocar le cuesta al colegio 1500€; si el billete de tren cuesta 20€ cada uno, ¿qué le sale más barato al colegio, el autobús o el tren?

Autocar → 7 autocares · 1500€ / cada autocar = 10500€

Tren → 455 alumnos · 20€ / cada alumno = 9100€

Sale más barato llevarles de excursión en tren.

5. Un futbolista ha participado e 6 partidos. Los minutos que ha jugado son 73, 62, 45 y 90 en cada uno de los tres últimos. ¿Cuánto tiempo ha jugado en total?

1er partido → 73 minutos
2º partido → 62 minutos
3er partido → 45 minutos
180 minutos

Los 3 últimos →
→ 3 partidos · 90 minutos / partido = 270 minutos.

Total → 180 + 270 = 450 minutos = 7 horas y 30 minutos = 7,5 horas (7 horas y media).

6. Para hacer una caja de madera se necesitan 5 tablones.

- ¿Cuántos tablones hacen falta para hacer 13 cajas?
- Si tenemos 75 tablones, ¿cuántas cajas podemos hacer?

13 cajas · 5 tablones / cada caja = 65 cajas.

75 tablones : 5 tablones / cada caja = 15 cajas

7. Una entrada de cine cuesta 6€.

- Si en la sala A hay 183 espectadores, ¿cuánto dinero se ha recaudado?
- En la sala B se han recaudado 942€. ¿Cuántos espectadores hay?

183 espectadores · 6€ / cada espectador = 1098€

942€ : 6€ / cada espectador = 157 espectadores.

8. Un repartidor hace tres rutas cada semana. La primera, de 120km, la hace lunes y miércoles; la segunda, de 150km, los martes; y la tercera, de 90km, los jueves y los viernes. ¿Cuántos Km. recorre cada semana?

120km · 2 días / semana = 240km
150km · 1 día / semana = 150km
90km · 2 días / semana = 180km

570km recorre todas las semanas.

9. Oscar juega a la PSP 3 horas y media al día.

- ¿Cuántas horas juega a la semana?
- ¿Cuántas horas juega el mes de octubre?

Semana → 3,5 horas / día · 7 días = 24,5 horas

Octubre → 3,5 horas / día · 31 días = 108,5 horas

10. Un edificio de 30 pisos tiene un ascensor estropeado y para llegar a la azotea es preciso subir andando por las escaleras 540 peldaños. Eva sube 30 peldaños por minuto y Sergio 45.

- ¿Cuánto tardará cada uno en subir a la azotea?
- ¿A cuántos peldaños de distancia estarán uno del otro al cabo de 5 minutos?
- ¿Cuánto peldaños de ventaja le habrá sacado Sergio a Eva cuando él llegue a la azotea?

Eva → $\frac{540}{30}=\frac{54}{3}=18$ minutos; Sergio → $\frac{540}{45}=\frac{2^2\cdot 3^3\cdot 5}{3^2\cdot 5}=2^2\cdot 3=12$ minutos tardará Sergio.

Al cabo de 5 minutos: Eva → 30·5=150 peldaños; Sergio → 45·5=225; 225-150=75 peldaños.

Sergio tarda 12 minutos. Entonces:

En 12 minutos Eva subirá → 30·12=360 peldaños; 540-360=180 peldaños de ventaja.

11. Si un coche ha recorrido 497,49km en 7 horas, ¿cuál ha sido su velocidad? Es decir, ¿cuántos Km. ha recorrido en una hora?

497,49km: 7 horas = 71,07km/ hora.

12. El otro día me fui al cine, que me costó 6,75€. Además, luego fui a cenar, que me costó 12,55€. Volví a casa en taxi, por 15,45€. Tuve la suerte de encontrarme en la calle un billete de 5€, una moneda de 50 céntimos, y dos de 2 céntimos. Si salí de casa con un billete de 50€ en el bolsillo, ¿con cuánto dinero volví a casa?

Me gasté → 6,75 + 12,55 + 15,45 = 34,75€

Llevaba 50€ y me encontré en la calle 5,52€ → 50 + 5,52 = 55,52€ tenía.

Me quedaron → 55,52 – 34,75 = 20,77€ me quedaban al final de la noche.

13. A un afortunado le tocó en lotería un premio de 1265,55€. Si el billete le había costado 17,75€, ¿cuánto ganó realmente?

1265,55 – 17,75 = 1247,80€ ganó en realidad.

14. A una empresa que fabrica televisores le cuesta 120€ hacer cada uno, y los vende a 160€ cada uno. La semana pasada fabricó 190 y vendió 160. ¿Ganó o perdió dinero? ¿Cuánto?

Costes → 120€ / TV · 190TV = 22800€

Venta → 160€ / TV · 160TV = 25600€

Beneficio → 25600 – 22800 = 2800€ ganó, tuvo de beneficios.

15. El precio de la onza de oro era a primeros de año 950$. Luego subió 10$, bajó 5,5$, subió 3,3$, bajó 12,2$, volvió a bajar 7,32$, y finalmente subió, de golpe, 22,17$. ¿A cuánto está ahora el oro?

950+10–5,5+3,3-12,2–7,32+22,17 = (950+10+3,3+22,17) – (5,5+12,2+7,32) =

= 985,47 – 25,02 = 960,45$.

16. El puerto de una ciudad tiene una profundidad de 560cm según el nivel medio del mar. Debido al efecto de las mareas, el nivel del mar sube o baja hasta 72cm durante un día. Calcula, en metros:

- La profundidad del mar, tanto en pleamar como en bajamar.
- Si un barco de 490cm de calado (profundidad de su parte sumergida) podrá entrar en el puerto en cualquier momento.

Pleamar → 560cm + 72cm = 632cm = 6,32 metros.

Bajamar → 560cm – 72cm = 488cm = 4,88 metros.

Calado del barco = 490cm = 4,90 metros → No, en bajamar no podrá entrar en el puerto, cuya profundidad en ese momento sólo es de 4,88 metros.

17. Esquilo y Eurípides fueron dos poetas griegos. Esquilo nació el año 525 a.C. y Eurípides el 740 a.C. ¿Cuál nació antes, y cuántos años?

740 – 525 = 215 años nació antes Eurípides.

18. Un día de invierno el termómetro marca -5 en Guadalajara y 14 en Málaga. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?

-5 - (+14) = -19

19. Las notas obtenidas por un alumno en las cuatro primeras evaluaciones son: 3, 9, 5 y 7. ¿Cuál es la nota media?

(3 + 9 + 5 + 7) / 4 = 24/4 = 6 de nota media.

20. ¿Cuántos kg pesan 7 kl y 5 dal de agua?

7000+50 =7050 l =7050 kg =7050 dm^3

21. Un avión despega de Madrid a las 7 horas, 45 minutos y 36 segundos, aterrizando en Londres a las 9 horas, 17 minutos y 25 segundos. ¿Cuánto tiempo tarda en el recorrido?

9h 15' 25" 7h 45' 36"	Lo "arreglamos" para poder restar →	8h 74' 85" 7h 45' 36" 1h 29' 49"

22. Una mecanógrafa escribe a razón de 4 pulsaciones por segundo. ¿Cuántas pulsaciones dará escribiendo 1 hora y 40 minutos?

1hora =60·60=3600 segundos; 40minutos =40·60= 2400 segundos.
(3600 + 2400) · 4 = 6000 · 4 = 24.000 pulsaciones/segundo

23. Hemos gastado 6,08€ en la compra de un trozo de queso que se vende a 12,80€/kilo. ¿Cuánto pesa la porción adquirida?

6,08€:12,80€/kilo=0,475kg=475 gramos

24. Una sandía de dos kilos y 625 gramos ha costado 4,2€. ¿A cómo sale el kilo?

Peso de la sandía: 2,625kg

4,2€:2,625kg=1,60€/Kg.

25. Para celebrar una fiesta, trece amigos adquieren:
- Seis botellas de refrescos a 1,65€ la botella.
- 1,120 Kg. de jamón a 27,75€/kg.
- Cinco barras de pan a 85 céntimos la barra.
- 350 gramos de cacahuetes a 9,60€/kg.
- Y 800 gramos de patatas fritas a 5,80€/kg.

¿Cuánto debe poner cada uno?

Refrescos	6·1,65=	9,90€
Jamón	1,120·27,75=	31,08€
Pan	5·0,85=	4.25€
Cacahuetes	0,350·9,60=	3,36€
Patatas fritas	0,800·5,80=	4,64€
	Total	53,23€
Cada uno	53,23:13	4,0946€

Es decir, cada uno pondrá 4,10€ → 4,10·13 = 53,30€;

Y sobrarán 53,30 - 53,23 = 0,07€ = 7 céntimos.

26. Tres peregrinos se encuentran en un cruce de caminos y se sientan a comer. Uno aporta cinco tortas, otro cuatro tortas, y el tercero, que no tiene tortas, paga a sus compañeros con nueve monedas. ¿Cómo deben distribuirse las monedas?

En total hay 5+4=9 tortas. Repartiéndoselas, comerá cada uno tres tortas.

Si el tercero paga con 9 monedas, y come 3 tortas, cada torta le cuesta 3 monedas.

El primero, de sus cinco tortas se come 3, y da dos al tercero → 2·3=6 monedas recibe.

El segundo, de sus cuatro tortas se come 3, y da una al tercero → recibe 3 monedas.

27. Una empresa inmobiliaria adquiere un terrenos rectangular de 125,40 metros de largo por 74,60 metros de ancho, por un pecio de 350.000€. Después lo urbaniza, con un coste de 62.528,43€. Y por último, lo divide en parcelas, poniéndolo a la venta a 52,75€ el metro cuadrado. ¿Qué beneficio espera obtener?

Costes → 350000+62528,43= 412528,43€

Venta → Área del terreno → 125,40·74·60=9.354,84m^2

Ingresos → 9354,84·52,75= 493.467,81€

Beneficio → 493.467,81€ - 412.528,43€ = 80.939,38€

28. Una furgoneta transporta 250 docenas de huevos que cuestan 0,98€ la docena. En una curva se vuelca una caja y se rompen 60 huevos. ¿Cuánto hay que aumentar el precio de la docena para que la mercancía siga valiendo lo mismo?

Valor inicial → 250·0,98=245€ valen las 250 docenas

Se rompen 60 huevos, que son 5 docenas exactas. Le quedan 245 docenas.

Valor final → 245€ : 245 docenas = 1€ cada docena

Debe venderlas → 1-0,98=0,02€; Es decir, debe vender cada docena 2 céntimos más cara.

29. Un joyero consigue una rebaja de 140€ en la compra de 16 broches iguales, cuyo precio, según catálogo, es de 87,5€ la unidad. ¿A cuánto debe vender cada uno si desea obtener una ganancia total de 500€?

Los broches cuestan → (16·87,5)-140=1.400-140=1.260€

Venta → 1.260+500=1.760€ por los 16 broches.

1.760€ : 16 broches = 110€ cada broche será el precio de venta.

30. Un coche y un camión parten simultáneamente de una población por la misma carretera, pero en sentidos opuestos. El coche va a 120km/hora, y el camión a 90. Después de 10 minutos, ¿a qué distancia están el uno del otro?

10 minutos es la sexta parte de una hora. Entonces, cada uno habrá recorrido:

Coche → 120:6=20km

Camión → 90:6=15km

Les separará → 20 + 15 = 35 kilómetros.

MATEMÁTICAS 1º & 2º ESO *Javier Plasencia*

POTENCIAS

Una potencia es un producto de factores iguales. Es decir, poniendo varios ejemplos:

$3^2 = 3 \cdot 3$ $\quad 5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ $\quad \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$

En una potencia a^n, *a* es la base y *n* el exponente.

Tanto *a* como *n* pueden ser positivos o negativos.

Signo de las potencias:

1. Si la base (a) es positiva, la potencia siempre es positiva.
2. Si la base es negativa, hay dos posibilidades:
   - Si el exponente es par, la potencia es positiva.
   - Si el exponente es impar, la potencia es negativa.

Ejemplos:

$2^2 = 4$ → *positiva*; $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$ → *positiva*; $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ → *negativa*.

Casos particulares de potencias:

3. Una potencia de base cero y exponente cero, 0^0, no tiene valor.
4. Una potencia de base cero y exponente distinto de cero, es cero → $0^3 = 0$
5. Una potencia de exponente cero y base distinta ce cero, es **siempre** 1 → $x^0 = 1$

¡CUALQUIER COSA ELEVADA A CERO ES 1!

6. Una potencia de base 1 es igual a 1 → $1^{125} = 1$
7. Una potencia de exponente 1, es siempre igual a la base → $2569^1 = 2569$

Potencia de exponente negativo:

Una potencia de exponente negativo es igual al inverso de la base elevado al exponente positivo → $a^{-b} = \left(\frac{1}{a}\right)^b = \frac{1}{a^b}$ Ejemplos:

$$6^{-2} = \left(\frac{1}{6}\right)^2; \quad 10^{-20} = \left(\frac{1}{10}\right)^{20} = \frac{1}{10^{20}}; \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3; \quad \left(\frac{-2}{7}\right)^{-25} = \left(\frac{-7}{2}\right)^{25};$$

Operaciones con potencias:

Para poder operar con potencias, obteniendo como resultado otra potencia, han de darse 2 condiciones:

- Ha de ser un producto (multiplicación) o cociente (división) de potencias, **nunca** una suma o resta.
- Las potencias que se multiplican o dividen han de tener la misma base, el mismo exponente, o base y exponente iguales.

Resultado de multiplicar o dividir potencias:

Como regla general, "LO QUE ES IGUAL VA A QUEDAR IGUAL".

Es decir, si multiplicamos o dividimos potencias de igual base, va a quedar otra potencia de igual base. Y si multiplicamos o dividimos potencias de igual exponente, va a quedar otra potencia de igual exponente.

En concreto:

1. Si multiplicamos potencias con la misma base, nos da otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

2. Si dividimos potencias con la misma base, nos da otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la resta de los exponentes.
3. Si multiplicamos potencias con el mismo exponente, nos da otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto (la multiplicación) de las bases.
4. Si dividimos potencias con el mismo exponente, nos da otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente (la división) de las bases.
5. La potencia de potencia es otra potencia con la misma base, y cuyo exponente es el producto (la multiplicación) de los exponentes → $(5^3)^4 = 5^3 \cdot 5^3 5^3 \cdot 5^3 \cdot = 5^{3+3+3+3} = 5^{12}$
6. Potencia de exponente fraccionario: operamos igual que si el exponente fuese un número entero. Es decir:

$$3^{1/2} \cdot 3^{1/3} = 3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 3^{5/6}; \qquad \left(\frac{2}{5}\right)^{3/4} : \left(\frac{7}{3}\right)^{3/4} = \left(\frac{2}{5} : \frac{7}{3}\right)^{3/4} = \left(\frac{6}{35}\right)^{3/4}$$

En realidad, una potencia con exponente fraccionario es una raíz. En general:

$$\boxed{a^{x/y} = \sqrt[y]{a^x};}$$

$$6^{2/3} = \sqrt[3]{6^2}; \qquad \left(\frac{2}{9}\right)^{25/103} = \sqrt[103]{\left(\frac{2}{9}\right)^{25}}; \qquad 5^{-2/3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$$

+ - + -

EJERCICIOS:

- ¿A qué potencia de 10 es igual 10.000?
  10^4
- Calcula la base cuyo cuadrado es 144.
  12^2
- $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$
- $a^2 \cdot b^2 = (ab)^2$
- $a^2 : b^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$
- $(2^2)^4 = 2^8$
- $3^5 \cdot 3^4 : 3^6 : 3^3 = 3^{5+4-6-3} = 3^0 = 1$
- $9^3 : 9^2 : 9^{-5} = 9^{3-2-(-5)} = 9^{3-2+5} = 9^6$
- $24^5 : 6^5 = (24:6)^5 = 4^5$
- $8^3 : 4^3 = (8:4)^3 = 2^3$
- $3^{15} : 3^2 \cdot 3^6 \cdot 3^{10} = 3^{(15-2+6+10)} = 3^{29}$

- $3^{15} : [(3^2 \cdot 3^6) \cdot 3^{10}] = 3^{15} : 3^{18} = 3^{(15-18)} = 3^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} = \frac{1}{3^3}$
- $5^7 : 5^2 \cdot 5 = 5^{(7-2+1)} = 5^6$
- $26^5 : 26^3 = 26^{(5-3)} = 26^2$
- $3^7 : (3^2 \cdot 3) = 3^7 : 3^3 = 3^{(7-3)} = 3^4$
- $12^2 \cdot 3^2 : 6^2 = \left(\frac{12 \cdot 3}{6}\right)^2 = 6^2$
- $9^7 : (9^2 \cdot 9^3) = 9^7 : 9^5 = 9^2$; *o también:* $9^7 : (9^2 \cdot 9^3) = \frac{9^7}{9^2 \cdot 9^3} = 9^7 : 9^5 = 9^2$
- $25^5 : 5^4 = (5^2)^5 : 5^4 = 5^{10} : 5^4 = 5^{(10-4)} = 5^6$
- $10^2 : 5^2 \cdot 2^3 = 2^2 \cdot 2^3 = 2^5$
- $3^6 : 9^3 = 3^6 : (3^2)^3 = 3^6 : 3^6 = 3^{(6-6)} = 3^0 = 1$
- $4^6 \cdot 4^4 : 2^{10} = 4^{10} : 2^{10} = 2^{10}$
- $7^5 : 7^2 \cdot 7^6 : 7^3 = 7^{(5-2+6-3)} = 7^6$
- $7^9 : (7^2 \cdot 7^6) : 7^3 = 7^9 : 7^8 : 7^3 = 7^{(9-8-3)} = 7^{(9-11)} = 7^{-2} = \frac{1}{7^2}$
- $5^2 : 25^3 = 5^2 : (5^2)^3 = 5^2 : 5^6 = 5^{(2-6)} = 5^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{5^4}$
- $49^3 : 7^2 = (7^2)^3 : 7^2 = 7^6 : 7^2 = 7^{(6-2)} = 7^4$
- $(6^2)^3 : 3^6 = 6^6 : 3^6 = 2^6$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{8}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = 2^7$
- $(16^2 : 2^3)^3 = \left[(2^4)^2 : 2^3\right]^3 = (2^8 : 2^3)^3 = (2^5)^3 = 2^{15}$
- $81^5 \cdot 9^{11} : 81^{10} = (9^2)^5 \cdot 9^{11} : (9^2)^{10} = 9^{10} \cdot 9^{11} : 9^{20} =$
  $= 9^{21} : 9^{20} = 9^{(21-20)} = 9^1 = 9$
- $16^2 : 2^{13} = (2^4)^2 : 2^{13} = 2^8 : 2^{13} = 2^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5}$

- $3^{1/2} \cdot 7^{1/2} = 21^{1/2} = \sqrt{21}$
- $(7^{1/2})^4 \cdot 7^{1/2} = 7^{4/2} \cdot 7^{1/2} = 7^{5/2} = \sqrt{7^5} = \sqrt{7^4 \cdot 7} = \sqrt{7^2 \cdot 7^2 \cdot 7} = 7 \cdot 7 \cdot \sqrt{7} = 7^2 \sqrt{7}$
- $16^5 \cdot 32^7 = (2^4)^5 \cdot (2^5)^7 = 2^{20} \cdot 2^{35} = 2^{55}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5-(-2)} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5+2} \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3}$
- $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\right]^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-6} = \left(\frac{4}{3}\right)^{6}$
- ¿Cuál es la raíz cuadrada de 25: $\sqrt{25}$?

  Tiene dos raíces, es decir, dos resultados, +5 y -5; porque tanto 5^2 como $(-5)^2$ son 25.
- $\sqrt{16} = \pm 4$
- $\sqrt[4]{16} = \pm 2$
- $\sqrt[3]{27} = 3$; sólo +3, porque (-3)3=(-3)(-3)(-3)=-27
- $\sqrt[3]{-27} = -3$
- $\sqrt{-25} =$ SIN SOLUCIÓN; ningún número elevado al cuadrado da -25.
- $\sqrt{64} = \pm 8$
- $\sqrt{-64} =$ SIN SOLUCIÓN; ningún número elevado al cuadrado da -64.
- $\sqrt[5]{11^3} \cdot \sqrt[3]{11^7} = 11^{3/5} \cdot 11^{7/3} = 11^{\frac{3}{5}+\frac{7}{3}} = 11^{\frac{9+35}{15}} = 11^{44/15} = \sqrt[15]{11^{44}}$
- $\sqrt[5]{5^3} : \sqrt[4]{5^7} = 5^{3/5} : 5^{7/4} = 5^{\frac{3}{5}-\frac{7}{4}} = 5^{\frac{12-35}{20}} = 5^{-23/20} = \frac{1}{5^{23/20}} = \frac{1}{\sqrt[20]{5^{23}}}$

MATEMÁTICAS 1º & 2º ESO *Javier Plasencia*

DIVISIBILIDAD – mcm & MCD

Los números que se pueden descomponer en factores más simples, en divisores, se llaman **números compuestos**.

Números primos son aquéllos que sólo son divisibles por sí mismos y por uno. Es decir, los que no se pueden descomponer en factores.

	CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD. Un número es divisible por...
2 →	*si termina en cero o cifra par.*
3 →	*si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.*
4 →	*si sus dos últimas cifras son dos ceros o múltiplo de cuatro.*
5 →	*si termina en 0 ó en 5.*
6 →	*si es divisible por 2 y por 3 a la vez.*
8 →	*si sus tres últimas cifras son ceros o divisibles por 8.*
9 →	*si la suma de sus cifras es un múltiplo de 9.*
10 →	*si termina en cero.*
11 →	*si la suma de las cifras que ocupan lugar par, menos la suma de las cifras que ocupan lugar impar, es divisible por 11.*

Los importantes son los criterios del 2, 3, 4, 5 y 10.

- **MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS O MÁS NÚMEROS.**

Es el menor de los múltiplos comunes, es decir, será como mínimo el mayor de esos números.

- CÓMO SE CALCULA EL ***mcm***?

1. Primero, se descomponen los números en factores primos.
2. Después, se multiplican todos los factores, comunes y no comunes (una sola vez cada uno), elevado cada uno al mayor exponente de ese factor.

Por ejemplo: $6=2\cdot3$; $25=5^2$; $45=3^2\cdot5$; $mcm(6,25,45)=2\cdot3^2\cdot5^2$

- **MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS O MÁS NÚMEROS.**

Es el mayor de los divisores comunes, es decir, será como máximo el menor de esos números.

- CÓMO SE CALCULA EL ***MCD***?

1. Primero, se descomponen los números en factores primos.
2. Después, se multiplican todos los factores comunes (una sola vez cada uno), elevado cada uno al menor exponente de ese factor.

Por ejemplo: $10=2\cdot5$; $25=5^2$; $45=3^2\cdot5$; $MCD(10,25,45)= 5$

*-

1. Dados los números 18, 32, 24. Halla su MCD y su mcm.

$18 = 2.\ 3^2$; $32 = 2^5$; $24 = 2^3.\ 3$;

MCD = 2 // mcm = $2^5.\ 3^2 = 32\cdot9 = 288$

2. Ricardo puede ordenar su colección de cromos por parejas, por tríos y también por grupos de cinco. ¿Cuántos cromos tiene Ricardo, sabiendo que son más de 80 y menos de 100?

mcm(2,3,5)=30

múltiplos de 30 → 30, 60, 90, 120 … → Ricardo tiene 90 cromos

3. Un vaso pesa 75 gramos, y una taza, 60 gramos. ¿Cuántos vasos hay que colocar en uno de los dos platillos de la balanza, y cuántas tazas en el otro, para que la balanza se equilibre?

$75 = 3 \cdot 5^2$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; mcm(60,75) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$

vasos → 300:75=4; tazas → 300:60=5; la balanza se equilibra con 4 vasos por un lado, y 5 tazas por el otro.

4. Un comerciante en un mercadillo intercambia con un compañero un lote de camisetas de 24€ la camiseta por un lote de zapatillas de 30€ el par. ¿Cuántas camisetas entrega y cuántas zapatillas recibe?

$24 = 2^3 \cdot 3$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; mcm(24,30) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

camisetas → 120:24=5; zapatillas → 120:30=4; cambia 5 camisetas por 4 pares de zapatillas

5. En un almacén de maderas se han apilado tablones de pino, de un grosor de 35mm, hasta alcanzar la misma altura que otra pila de tablones de roble, de 20mm de grosor. ¿Cuál será la altura de ambas pilas? (Encontrar como mínimo 3 soluciones)

$20 = 2^2 \cdot 5$; $35= 5 \cdot 7$; mcm(20,35) = $2^2 \cdot 5 \cdot 7$ = 140mm = 14cm

La altura puede ser de 14cm o cualquier otro múltiplo: 28, 42, 56, 70…

6. Un grupo de 60 niños, acompañados de 36 padres, acude a un campamento en la montaña. Para dormir ocupan cabañas todas iguales, pero sin mezclarse los padres con los niños. Cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. ¿Cuántas personas dormirán en cada cabaña?

$36 = 2^2 \cdot 3^2$; $60= 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; MCD(30,60) = $2^2 \cdot 3 = 12$ personas en cada cabaña

7. El autobús que va a la Universidad Complutense y el que va a la Universidad Autónoma inician sus recorridos a las siete de la mañana desde el mismo punto de partida. Si el de la Complutense tiene un servicio cada 24 minutos, y el de la Autónoma cada 36 minutos, ¿a qué hora, después de las siete, vuelven a coincidir en la salida?

$24 = 2^3 \cdot 3$; $36 = 2^2 \cdot 3^2$; mcm(24,36) = $2^3 \cdot 3^2$ = 72minutos = 1 hora y 12 minutos

Vuelven a coincidir a las 8 y 12 minutos

8. Deseamos partir 2 cuerdas de 20 y 30 metros en trozos iguales lo más grandes posible y sin desperdiciar ningún cabo. ¿Cuánto medirá cada rozo?

$20 = 2^2 \cdot 5$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; MCD(20,30) = $2 \cdot 5$ = 10metros

Las cuerdas han de partirse en trozos de 10m cada una

9. En el ciclismo de persecución en pista, uno de los corredores da una vuelta al circuito cada 54 segundos, y el otro cada 72 segundos. Parten juntos de la línea de salida. ¿Cuánto tiempo tardarán en volverse a encontrar por primera vez en la línea de salida? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada ciclista en ese tiempo?

$54 = 2 \cdot 3^3$; $72 = 2^3 \cdot 3^2$; mcm(54,72) = $2^3 \cdot 3^3$ = 216 segundos = 3minutos y 36 segundos tardarán en volver a encontrarse en la línea de salida

1er ciclista → 216:54 = 4 vueltas; 2º ciclista → 256:72 = 3 vueltas

10. ¿Qué medida tendrá el lado de una baldosa cuadrada que se ha utilizado para pavimentar el suelo de un garaje de 123 decímetros de largo por 90dm de ancho? (Las baldosas han venido justas, sin necesidad de cortar ninguna)

$123 = 3 \cdot 41$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; MCD(90,123)= 3decímetros de lado cada baldosa = 0.3m

11. Un panadero necesita envases para colocar 250 magdalenas y 75 mantecados en cajas, lo más grandes que sean posible, pero sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuántas cajas harán falta, y cuántos bollos irán en cada caja?

$75 = 3·5^2$; $250 = 2·5^3$; MCD(75,250) = 5^2 = 25 bollos en cada caja

250:25 = 10 cajas de magdalenas; 75:75 = 3 cajas de mantecados

12. El mayor de los 3 hijos de una familia visita a sus padres cada 15 días, el mediano cada 10, y la menor cada 12. El día de Navidad se reúne toda la familia. ¿Cuándo volverán a encontrarse los tres juntos? ¿Y el mayor con el mediano?

$15 = 3·5$; $10 = 5·2$; $12 = 2^2·3$; mcm(10,12,15) = $2^2·3·5$ = 60 días → 22 de febrero los tres

mayor y mediano → mcm(10,15) = 2·3·5 = 30 días → 23 de enero

13. Tres autocares hacen el servicio entre Madrid y Aranjuez con distinto itinerario: el primero sale cada hora, el segundo cada 45 minutos y el tercero cada 30. Si salen juntos a las 9 de la mañana, ¿a qué hora volverán a coincidir?

1hora=60min; $60 = 2^2·3·5$; $45 = 3^2·5$; $30 = 2·3·5$; mcm(30,45,60) = $2^2·3^2·5$ = 180min

180minutos = 3 horas → volverán a coincidir a mediodía

14. María y Ana tienen 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas y quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bola.

- ¿cuántos collares iguales pueden hacer?
- ¿cuántas bolas de cada color tendrá cada collar?

$25 = 5^2$; $15 = 3·5$; $90= 2·3^2·5$; MCD(15,25,90) = 5 collares;

$\frac{25}{5} = 5$ bolas blancas; $\frac{15}{5} = 3$ bolas azules; $\frac{90}{5} = 18$ bolas rojas en cada collar

15. Un ebanista quiere cortar una plancha de madera de 2.56 metros de largo y 96 centímetros de ancho, en cuadrados lo más grandes posible. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado? ¿Cuántos cuadrados se obtienen de la plancha de madera?

256cm = 2^8; $96 = 2^5·3$; MCD(96,256) = 2^5 = 32cm es la longitud de del lado del cuadrado

área de la plancha de madera → 256·96 = 24576cm^2 = 2.4576m^2

área de uno de los cuadrados → 32^2 = 1024cm^2

16. Tres viajantes van a Sevilla: uno cada 18 días, otro cada 15 y el tercero, cada 8 días. Hoy han coincidido en Sevilla los tres. ¿Dentro de cuántos días como mínimo volverán a hacerlo?

$18 = 2·3^2$; $15 = 3·5$; $8 = 2^3$; mcm(8,15,18) = $2^3·3^2 5$ = 360 días

17. Un campo rectangular de 360 metros de largo por 150 de ancho está dividido en parcelas cuadradas iguales. El área de cada una de estas parcelas cuadradas es la mayor posible. ¿Cuál es la longitud del lado de cada parcela cuadrada?

$360 = 2^3·3·5^2$; $150 = 2·3·5^2$; MCD(150,360) = 2·3·5 = 30m de lado cada parcela

18. Teresa tiene un reloj que da una señal cada hora, otro que la da cada dos horas y media, y un tercero que la da cada tres horas. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal. ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir? ¿A qué hora volverán a dar la señal juntos?

1hora = 60min; 2.5 horas = 150min; 3 horas = 180min

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$; $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$; mcm(60,150,360) = 1800min = 30horas

Volverán a coincidir → 9mañana+30horas = 9mañana+1día+6horas = 3tarde del día siguiente

19. Rosa tiene cubos azules de 5.5cm de arista y cubos rojos de 4.5cm de arista. Apilando los cubos en dos columnas, una de cubos azules y otra de cubos rojos, quiere conseguir que las dos columnas sean iguales. ¿Cuántos cubos, como mínimo, necesita de cada color?

$55 = 11 \cdot 5$; $45 = 3^2 \cdot 5$; mcm(45,55) = $3^2 \cdot 5 \cdot 11$ = 495mm = 49.5cm de alto cada columna

495:55 = 9 cubos azules; 495:45 = 11 cubos rojos

20. Juan tiene que poner un rodapié de madera a dos paredes de 12 y 9 metros de longitud, respectivamente. Para ello ha averiguado la longitud del mayor listón de madera que cabe en un número exacto de veces en cada pared. ¿Cuál será la longitud de ese listón?

$12 = 2^2 \cdot 3$; $9 = 3^2$; MCD(9,12) = 3metros

21. El dueño de un bar tiene un bidón de Coca-Cola de 80 litros, y otro de Pepsi de 60 litros. Quiere envasarlos en garrafas más pequeñas, iguales, y sin mezclar la Coca-cola con la Pepsi. ¿Cuál será la capacidad de las garrafas?

$80 = 2^4 \cdot 5$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; MCD(60,80) = $2^2 \cdot 5$ = 20 litros será la capacidad de cada garrafa

22. Una tienda de animales envía 24 canarios y 36 jilgueros en jauas iguales, sin mezclarlos, de modo que todas sean iguales y lo mayores posible. ¿Cuántos animales irá en cada jaula?

$24 = 2^3 \cdot 3$; $36 = 2^2 \cdot 3^2$; MCD(24,36) = $2^2 \cdot 3$ = 12 animales en cada jaula

23. Álvaro tiene 60 libros y quiere empaquetarlos poniendo el mismo número de libros en cada paquete. ¿De cuántas formas puede hacerlo, si quiere que cada paquete tenga más de 3 libros y menos de 12?

Podrá poner en cada paquete tantos libros como divisores tiene 60 →

Divisores(60) = {1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}; los divisores mayores que 3 y menores que 12 son: 4, 5, 6, 10. Luego podrá ponerlos de 4 maneras

24. Anabel ha de tomarse una pastilla cada 3 horas y una cucharada de jarabe cada 2 horas. Si ha tomado ambos medicamentos a las 8 de la mañana, ¿cuándo volverá a tomarlos juntos?

mcm(2,3) = 6 → 6 + 8 = 14 = 2 de la tarde.

25. A lo largo de un camino hay un árbol cada 9 metros y una farola cada 6 metros. ¿Cada cuántos metros coinciden los árboles y las farolas?

mcm(6,9) = 18 metros

PROPORCIONALIDAD

RAZÓN: razón de dos números es el cociente indicado de ambos. Es decir, la razón de los dos números **a** y **b** es **a:b**, o lo que es lo mismo, la fracción $\frac{a}{b}$**.**

PROPORCIÓN: es la igualdad de dos razones. Así, por ejemplo: $\frac{a}{b}$ **=** $\frac{c}{d}$**;** Ejemplo: $\frac{3}{5} \equiv \frac{6}{10}$**.**

La proporción se compone de 4 términos, ***a***, ***b***, ***c*** y ***d***, de los cuales *a* y *d* se llaman extremos, mientras que *b* y *c* se llaman medios.

En una proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos: $a \times d \equiv b \times c$. En el ejemplo anterior: 3×10 = 5×6

Como se puede comprobar, esta propiedad permitiría escribir la proporción de diferentes modos, permutando los medios o los extremos entre sí:

$$\frac{3}{5} \equiv \frac{6}{10} \rightarrow \frac{3}{6} \equiv \frac{5}{10} \rightarrow \frac{10}{5} \equiv \frac{6}{3}$$

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando:

a) A una cantidad determinada de la primera, le corresponde una cantidad determinada de la segunda.
b) Al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando:

a) A una cantidad determinada de la primera, le corresponde una cantidad determinada de la segunda.
b) Al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda dividida o multiplicada por el mismo número.

Son magnitudes directamente proporcionales, por ejemplo, el espacio recorrido por un coche y el tiempo empleado (justo en el doble de tiempo habré recorrido el doble de espacio); el dinero que tengo y la cantidad de un producto que puedo comprar (exactamente con el triple de euros puedo comprar el triple de bombones); etc.

Mientras que como ejemplos de magnitudes inversamente proporcionales, podríamos encontrar el número de obreros y el tiempo necesario para realizar un trabajo (el doble de obreros tardarán justo la mitad de tiempo); la velocidad de una coche y el tiempo que tarda en hacer un trayecto (si reduce su velocidad a la mitad, tardará el doble de tiempo); etc.

REGLA DE TRES: DIRECTA E INVERSA

Consiste en aplicar de un modo práctico la proporcionalidad, de forma que podamos hallar cualquiera de los términos de una proporción, conociendo los otros tres. Vamos a verlo con ejemplos:

1. Problema. Sabiendo que 5Kg de naranjas cuesta 3.50€, calcular el precio de 12kg.

Primero de todo: ¿Es una proporción directa o inversa? Es directa, ya que 2Kg costarán exactamente el doble que 1kg; **más** kilos, **más** dinero cuesta. Entonces:

5kg → 3.50€
12kg → x € → **multiplicamos en cruz**[1]: 5 · x = 12 · 3.5 → 5 · x = 42

[1] Porque es una regla de tres directa. Como veremos en el siguiente ejercicio, se multiplica en paralelo en la regla de tres inversa.

Sabemos cuánto vale 5 · x, que es 42; pero queremos saber cuánto vale x, es decir, los euros que me cuestan 12kg de naranjas. 5 · x = 42 es una igualdad, o lo que es lo mismo, tenemos un signo igual (=) entre dos términos, uno a la izquierda (5 · x), y otro a la derecha, que es 42. Queremos que la x quede sola a un lado del igual, en otras palabras, pasar el 5 al otro lado del igual. Dado que 5 está multiplicando (a la x), el 5 que nos queremos quitar pasa al otro lado del igual dividiendo, y lo expresamos como una fracción. Tendremos:

$$5 \cdot x = 42 \;\rightarrow\; x = \frac{42}{5} = 8.4€$$

Significa que 12kg de naranjas cuestan 8.4€ → 8 euros y 40 céntimos.

Cuidado con algo **<u>muy</u> importante**: las magnitudes han de ser **siempre homogéneas**. Si en vez de preguntarnos cuánto costaban 12kg hubiese sido el coste de 800 gramos, no podríamos poner 800 debajo de los 5 en la proporción, ya que los 5 son kilos y los 800, gramos. Habría que poner todo en lo uno o lo otro, es decir, o arriba ponemos 5000 gramos, o abajo 0.8kg. Quedaría así:

5kg → 3.50€ o bien 5000 gramos → 3.50€
0.8kg → x € 800 gramos → x €

El resultado de hacerlo de una u otra manera es indiferente, es decir, **el resultado final es el mismo** (puedes comprobarlo como ejercicio). Este cuidado con las magnitudes es fundamental, por eso estate siempre atento a **no mezclar** litros con metros cúbicos, euros con céntimos, Km. con metros, días con horas o con minutos…

2. Otro problema: si un coche circula a una velocidad de 90Km/hora y tarda 8 horas en ir de Madrid a Cádiz, cuánto tardará si aumenta su velocidad a 120 km/h.

Para empezar, es **inversa**, porque a **más** velocidad, tardará **menos** horas. Lo planteamos:

90 km/h → 8 horas

120 km/h → x horas → **multiplicamos en paralelo**[2]: 90 · 8 = 120 · x; 720 = 120 · x

Igual que antes, queremos tener sola a la x, y no multiplicando por 110; entonces pasamos el 100 al otro lado del igual, dividiendo, en forma de fracción:

$$X = \frac{720}{120} = \frac{72}{12} = 6 \text{ horas.}$$

3. PROBLEMAS PROPUESTOS, CON LOS RESULTADOS [3]:

a) Por un grifo salen 6m^3 cada 10 horas. ¿Qué cantidad de agua saldrá en una semana? (Resultado: 100.8 m^3). (Atención horas <–> semana).

b) Si por 19kg de azúcar nos dan 2kg de café, ¿cuánto nos dan por 1 tonelada de azúcar? (Resultado: 105.26kg). (1Tm = 1000kg).

c) Tres obreros han realizado una obra en 4 horas y 40 minutos. ¿Cuánto habrían tardado 8 obreros? (Resultado: 1hora y 45 minutos) (Cuidado con los tiempos: 1h$\neq$100 minutos)

d) Una motocicleta a 36km/h tarda 7horas y 30 minutos en hacer un recorrido. A qué velocidad debería ir para hacerlo en 1 hora y 30 minutos. (Resultado: 180km/h). (De nuevo, cuidado al pasar las horas a minutos, o los minutos a horas).

e) Un coche recorre 315km en 5 horas y 15 minutos. Cuánto recorre en 17 horas. (Resultado: 1020km). (¡Cuidado, una vez más, con los minutos!).

f) Cuánto cuesta imprimir un texto de 196 páginas, si imprimir 16 páginas cuesta 12€. (Resultado: 147€)

---

[2] Porque es una regla de tres inversa.

[3] Lo primero de todo, comprueba si son directas (*a más, más; a menos, menos*) o inversas (*a más, menos; a menos, más*).

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Dos Kg y medio de patatas cuestan 1.75€. ¿Cuánto cuestan tres Kg y medio?

2.5 Kg → 1.75 €
3.5 Kg → x
DIRECTA

$2.5 \cdot x = 3.5 \cdot 1.75;\ x = \frac{3.5 \cdot 1.75}{2.5};\ x = \frac{35 \cdot 175}{2500};\ x = \frac{5^3 \cdot 7^2}{5^2 \cdot 100};\ x = \frac{5 \cdot 7^2}{100};\ x = \frac{245}{100};$ x = 2.45€

2. Un coche ha recorrido 30Km en 18 minutos. Si sigue a la misma velocidad, ¿qué distancia recorrerá en el próximo cuarto de hora?

30Km ← 18 minutos
X ← 15 minutos
DIRECTA

$18 \cdot x = 30 \cdot 15;\ x = \frac{30 \cdot 15}{18};\ x = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2 \cdot 3^2};$ x = 25Km

3. Cuatro operarios tardan 10 horas en limpiar un solar. ¿Cuánto tardarían 5 operarios?

4 hombres → 10 horas
5 hombres → x
INVERSA

$4 \cdot 10 = 5 \cdot x;\ x = \frac{40}{5};$ x = 8 horas

4. Una cuadrilla de soladores, trabajando 8 horas diarias, renuevan la acera de una calle en 15 días; ¿cuánto tardarían trabajando 10 horas al día?

8 horas → 15 días
10 horas → x
INVERSA

$8 \cdot 15 = 10 \cdot x;\ x = \frac{8 \cdot 15}{10};\ x = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 5};$ x = 12 días

5. Un paquete de 500 folios pesa 1.8Kg. ¿Cuánto pesará una pila de 850 folios?

500 folios → 1.8Kg
850 folios → x
DIRECTA

$500 \cdot x = 850 \cdot 1.8;\ x = \frac{85 \cdot 18}{500};\ x = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 17}{2^2 \cdot 5^3};\ x = \frac{3^2 \cdot 17}{2 \cdot 5^2};$ x = 3.06Kg

6. En una fuente se ha tardado 24 segundos en llenar un cántaro de 30 litros. ¿Cuánto se tardará en llenar un bidón de 50 litros?

24 segundos ← 30 litros
X ← 50 litros
DIRECTA

$30 \cdot x = 50 \cdot 24;\ x = \frac{50 \cdot 24}{30};\ x = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 5};\ x = 2^3 \cdot 5;$ x = 40 segundos

7. Un albañil, trabajando 8 horas al día, construye una pared en 15 días. ¿Cuántas horas deberá trabajar cada día para realizar el mismo trabajo en 12 días?

8 horas ← 15 días
X ← 12 días
INVERSA

$8\cdot 15 = 12\cdot x;\ \ x=\frac{8\cdot 15}{12};\ \ x=\frac{2^3\cdot 3\cdot 5}{2^2\cdot 3};\ \ x=2\cdot 5;$ x = 10 horas

8. Con una motobomba que extrae agua de un pozo, se ha tardado 18 minutos en llenar una cisterna de 15000 litros. ¿Cuánto se tardará en llenar otra cisterna de 25000 litros?

18 minutos ← 15000 litros
X ← 25000 litros
DIRECTA

$18\cdot 25000 = 15000\cdot x;\ \ x=\frac{18\cdot 25000}{15000};\ \ x=\frac{18\cdot 25}{15};\ \ x=\frac{2\cdot 3^2\cdot 5^2}{3\cdot 5};\ \ x=2\cdot 3\cdot 5;$ x = 30 minutos

9. El dueño de un supermercado abona una factura de 720€ por un pedido de 15 cajas de aceite; ¿cuánto le costarían 12 cajas?

720€ ← 15 cajas
X ← 12 cajas
DIRECTA

$720\cdot 12 = 15\cdot x;\ \ x=\frac{720\cdot 12}{15};\ \ x=\frac{2^6\cdot 3^3\cdot 5}{3\cdot 5};\ \ x=2^6\cdot 3^2;\ ;\ x=64\cdot 9;$ x = 576€

10. Una piscina tiene 3 desagües; si se abren 2, la piscina se vacía en ¾ de hora. ¿Cuánto tardará en vaciarse si se abren los tres?

2 desagües → 45 minutos
3 desagües → x
INVERSA

$2\cdot 45 = 3\cdot x;\ \ x=\frac{2\cdot 45}{3};\ \ x=\frac{2\cdot 3^2\cdot 5}{3};\ \ x=2\cdot 3\cdot 5;$ x = 30 minutos = ½ hora

11. Una máquina embotelladora llena 750 botellas en un cuarto de hora; ¿cuántas botellas llena en hora y media?

750 botellas → 15 minutos
x → 90 minutos
DIRECTA

$750\cdot 90 = 15\cdot x;\ \ x=\frac{750\cdot 90}{15};\ \ x=\frac{2^2\cdot 3^3\cdot 5^4}{3\cdot 5};\ \ x=2^2\cdot 3^2\cdot 5^3;$ x = 4500 botellas

En fracciones:

750 botellas → ¼ hora
x → 3/2 horas
DIRECTA

$750\cdot\frac{3}{2}=\frac{1}{4}\cdot x;\ \ x=\frac{750\cdot\frac{3}{2}}{\frac{1}{4}};\ \ x=\frac{750\cdot 3\cdot 4}{2};\ \ x=750\cdot 3\cdot 2;$ x = 4500 botellas.

12. Un tractor, trabajando 8 horas diarias, labra un campo en 9 días. ¿Cuánto tardaría en hacer el mismo trabajo si las jornadas fuesen de 12 horas al día?

8 horas / día $\longrightarrow$ 9 días
12 horas / día $\longrightarrow$ x
INVERSA

$9 \cdot 8 = 12 \cdot x;\ x = \frac{9 \cdot 8}{12};\ x = \frac{2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3}$; x = 6 días

13. Juan ha recibido 20€ por un trabajo de 5 horas. ¿Cuánto cobrará si trabaja 8 horas?

20€ $\longleftarrow$ 5 horas
x $\longleftarrow$ 8 horas
DIRECTA

$20 \cdot 8 = 5 \cdot x;\ x = \frac{20 \cdot 8}{5};\ x = 4 \cdot 8$; x = 32€

14. Dos socios han invertido 18000 y 24000€, respectivamente, para formar un negocio. Si el primero, a la hora de repartir beneficios, ha percibido 1446€, ¿cuánto recibirá el segundo?

18000€ $\longrightarrow$ 1446€
24000€ $\longrightarrow$ x
DIRECTA

$24000 \cdot 1446 = 18000 \cdot x;\ x = \frac{24000 \cdot 1446}{18000};\ x = \frac{24 \cdot 1446}{18};\ x = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 482}{6 \cdot 3};\ x = 4 \cdot 482$; x = 1928€

15. En un reconocimiento médico de 120 niños, el 15% presenta problemas de caries. ¿Cuántos niños son?

100 niños $\longrightarrow$ 15 caries
120 niños $\longrightarrow$ x
DIRECTA

$100 \cdot x = 120 \cdot 15;\ x = \frac{120 \cdot 15}{100};\ x = \frac{12 \cdot 15}{10};\ x = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}{2 \cdot 5};\ x = 2 \cdot 3^2$; x = 18 niños

16. Una tienda hace unos descuentos del 10%. ¿Cuánto pagaremos por un balón que marca 18.35€?

18.35€ $\longleftarrow$ 100
x $\longleftarrow$ 90
DIRECTA

$18.35 \cdot 90 = 100 \cdot x;\ x = \frac{18.35 \cdot 90}{100}$; x = 16.52€

17. Por 5€ nos dieron 5.6$. ¿Cuántos dólares nos darán por 18€?

5€ → 5.6$
18€ → x
DIRECTA

$5 \cdot x = 18 \cdot 5.6;\ x = \frac{18 \cdot 5.6}{5};$ x = 16.07$

18. Si un coche que circula a 60Km/hora tarda 8 horas en recorrer un trayecto, ¿cuánto tardará otro a 80Km/hora?

60Km / hora → 8 horas
80Km / hora → x
INVERSA

$60 \cdot 8 = 80 \cdot x;\ x = \frac{60 \cdot 8}{80};\ x = \frac{6 \cdot 8}{8};$ x = 6 horas

19. Un satélite da 8 vueltas a la Tierra en 40 minutos. ¿Cuántas dará en 10 horas?

8 vueltas ← 40 minutos
x ← 600 minutos
DIRECTA

$8 \cdot 600 = 40 \cdot x;\ x = \frac{8 \cdot 600}{40};\ x = \frac{8 \cdot 60}{4};\ x = 2 \cdot 60;$ x = 120 vueltas

20. Vemos un relámpago y 5 segundos más tarde oímos el trueno; y sabemos que la velocidad del sonido es de 340metros/segundo. ¿A qué distancia se encuentra la tormenta, sabiendo que el relámpago y el trueno se producen en el mismo instante?

1 segundo → 340 metros
5 segundos → x
DIRECTA

$x = 5 \cdot 340;$ x = 1700 metros = 1.7Km

21. Un ordenador equipado con un procesador de 400Mhz descifró una clave secreta en 40 minutos. ¿Qué potencia debería tener para haberlo conseguido en 10 minutos?

400 Mhz ← 40 min
X ← 10 min
INVERSA

$400 \cdot 40 = x \cdot 10;\ x = \frac{400 \cdot 40}{10};\ x = 400 \cdot 4;$ x = 1600Mhz

22. Un liquen rojo de montaña ha crecido 6mm en 3 años. ¿Cuántos cm crece cada siglo?

0.6 ← 3 años
x ← 100 años
DIRECTA

$0.6 \cdot 100 = 3 \cdot x;\ x = \frac{0.6 \cdot 100}{3};\ x = \frac{6 \cdot 10}{3};\ x = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10}{3};$ x = 20 centímetros

23. Un deportista ha necesitado 10 segundos para recorrer una distancia a 36Km/hora. ¿Cuánto tardaría en recorrer la misma distancia un leopardo que se mueve a 110Km/hora?

36Km / hora ⟶ 10 segundos
110Km / hora ⟶ x

INVERSA

$36 \cdot 10 = 110 \cdot x; \quad x = \frac{36 \cdot 10}{110}; \quad x = \frac{36}{11}$; x = 3.27 segundos

24. Luís y Pedro compran un billete de lotería; Luís paga 70€ y Pedro 30€. Ganan 5000€. ¿Cómo se repartirán las ganancias?

5000 ⟶ 100
x ⟶ 70

DIRECTA

x= $\frac{35000}{100}$; x=3500€ Luís; y=1500€ Pedro.

25. Compramos un libro de 7,50€. El librero nos hace el 10% de descuento. ¿Cuánto tendremos que pagar por ese libro?

7,5 ⟶ 100
x ⟶ 10

DIRECTA

7,5 · $\frac{10}{100}$ = 0.75 7.50 -7.5 = 6.75€

O mejor: si nos descuenta el 10%, pagamos el 90%; entonces:
0.9 · 7.5 € = 6.75 €

FRACCIONES

Toda fracción consta de 2 partes: numerador y denominador.
El numerador es la parte que queda por encima de la barra de la fracción.
El denominador es la parte que queda por debajo.

$$\frac{3}{5} \qquad \frac{x}{y} \qquad \frac{2a}{3b}$$

En estas tres fracciones, los numeradores son, respectivamente, *3*, *x*, *2a*.
Y los tres denominadores son *5*, *y*, *3b*.

OPERACIONES CON FRACCIONES

Para **sumar y restar** fracciones, es imprescindible que tengan el **mismo denominador**.
Por el contrario, para **multiplicar y dividir** fracciones **no importa** si los denominadores son iguales o no.

OBTENCIÓN DE UN COMÚN DENOMINADOR

Como se acaba de señalar, este es un paso imprescindible cuando queremos sumar o restar fracciones que no tienen el mismo denominador.
Para obtenerlo, debemos seguir 3 pasos:

1. Se calcula el **mínimo común múltiplo de los denominadores (m.c.m.)**. Descomponemos en factores los denominadores y cogemos los factores comunes y los no comunes, cada uno con su mayor exponente.
2. Dividimos el m.c.m. obtenido entre cada uno de los denominadores de la fracción original, y lo que nos dé lo multiplicamos por el número que había en su numerador.
3. Ya tenemos todas las fracciones con el mismo denominador, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

Como 4º punto, añadir que, al final de todas las operaciones, **siempre** se debe simplificar.

EJEMPLOS:

Suma y resta de fracciones

1. Con el mismo denominador

a) $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{14}+\frac{4}{14}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{9}-\frac{2}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ d) $\frac{7}{13}-\frac{5}{13}=\frac{2}{13}$

2. Con distinto denominador

a) $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}=$ m.c.m. $(5,7)=35$ $\quad \frac{3}{5}+\frac{2}{7}=\frac{21}{35}+\frac{10}{35}=\frac{31}{35}$ b) $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{8}{12}-\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$

c) $\frac{7}{20}+\frac{13}{15}-\frac{1}{5}=\frac{3\cdot 7}{60}+\frac{4\cdot 13}{60}-\frac{12\cdot 1}{60}=\frac{21}{60}+\frac{52}{60}-\frac{12}{60}=\frac{73}{60}-\frac{12}{60}=\frac{61}{60}$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \text{m.c.m.}\,(20,15,5) = 2^2\cdot 3\cdot 5\cdot 1 = 60$$

$20 = 2^2\cdot 5\cdot 1 \qquad 15=3\cdot 5\cdot 1 \qquad 5=5\cdot 1$

Multiplicación de fracciones

1º Se multiplican los numeradores, este producto es el nuevo numerador.
2º Se multiplican los denominadores, su producto es el nuevo denominador.
3º Después se simplifica.

- Fracción de un número: Es una multiplicación de fracciones, el número tiene como denominador uno.
- Fracción de una fracción: Se multiplican las dos fracciones.
- Fracción inversa: Se le da la vuelta, el numerador pasa a ser el denominador y el numerador es el nuevo denominador. Una fracción x su inversa da la unidad.

División de fracciones

1. EN GENERAL: Multiplicamos el numerador de la primera por el denominador de la segunda, en forma de aspa: el producto es el nuevo numerador; y luego multiplicamos el denominador de la primera por el numerador de la segunda, en forma de aspa: el producto es el nuevo denominador.
2. Pero lo mejor, sobre todo si hay más de una multiplicación o división, EN VEZ DE DIVIDIR, es **MULTIPLICAR POR EL INVERSO**.

EJEMPLOS:

$$\frac{2}{7}:\frac{5}{4}=\frac{2\cdot 4}{7\cdot 5}=\frac{8}{35}$$

$$\frac{1}{9}:\frac{3}{2}:\frac{5}{4}=\frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1\cdot 2\cdot 5}{9\cdot 3\cdot 4}=\frac{10}{108}=\frac{5}{54}$$

$$\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{4}=\frac{2\cdot 5}{7\cdot 4}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$$

$$\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{2}:\frac{9}{5}\cdot\frac{9}{4}=\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{4}=\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 9}{5\cdot 2\cdot 9\cdot 4}=\frac{3}{8}$$

- * - *

Hasta aquí la operativa con fracciones. Ahora, lo que propone es la resolución de problemas con fracciones.

1. Una modista ha comprado un metro y medio de tela roja y tres cuartos de metro de tela azul. ¿Cuántos metros de tela se ha llevado?

$1+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{4+2+3}{4}=\frac{9}{4}$ de metro de tela.

2. En una tienda, he comprado un cuarto de kilo de queso, medio de chorizo y tres cuartos de salchichón. ¿Cuánto pesa mi compra?

$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{1+2+3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ de kilo. (Es decir, un kilo y medio).

3. Otro cliente ha comprado en la misma tienda un cuarto de kilo de jamón, medio cuarto de sobrasada y un queso que pesa un kilo. ¿Cuánto pesa su compra? ¿Cuál de los dos lleva más peso, él o yo?

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+1=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+1=\frac{2+1+8}{8}=\frac{11}{8}$ de kilo lleva este cliente.

¿Qué es mayor, 3/2 ó 11/8? Veámoslo:

$\frac{3}{2}:\frac{11}{8}=\frac{3\cdot 8}{2\cdot 11}=\frac{24}{22}=\frac{12}{11}$ → $\frac{3}{2}>\frac{11}{8}$ → yo llevaba más peso.[1]

4. Pedro ha necesitado 100 pasos para avanzar 80 metros. ¿Qué fracción de metro recorre en cada paso?

$\frac{80\,metros}{100\,pasos}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ metros en cada paso.

5. Se ha volcado una caja que contenía 30 docenas de huevos y se han roto 135. ¿Que fracción ha quedado?

30 docenas = 360 huevos; rotos 135; quedan 360 – 135 = 225 huevos

$\frac{225}{360}=\frac{45}{72}=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$ quedan.

6. Se ha volcado una caja con 30 docenas de huevos y se han roto 3/8 partes. ¿Cuántos huevos quedan?

30 docenas = 360 huevos; si quedan 5/8 → $\frac{5}{8}\cdot 360=\frac{5\cdot 2^3\cdot 3^2\cdot 5}{2^3}=25\cdot 9=225$ quedan.

---

1 ¿Por qué hemos dividido las dos fracciones para averiguar cuál es la mayor? Muy sencillo, sólo hay que aplicar la lógica: Las fracciones son números (racionales). Si al dividir un número, *x*, entre otro, *y*, el resultado es mayor que 1, significa que el primero es mayor que el segundo, que *x* es mayor que *y*. Y viceversa. En una fracción, ¿el número racional es mayor o menor que uno? Pues si el numerador es mayor que el denominador, entonces es mayor que 1. Si el denominador es mayor que el numerador, es menor que 1.

En este caso, al dividir 3/2 entre 11/8, el resultado es 12/11, mayor que 1; luego la primera fracción es mayor que la segunda. Si hubiese sido al revés, que el numerador fuese menor que el denominador, la fracción sería menor que 1, con lo cual habríamos dividido un número más pequeño (una fracción) entre otro mayor Otra fracción). ¿Lógico, verdad?

7. Se ha volcado una caja de huevos y se han roto 135, que son 3/8 del total. ¿Cuántos huevos contenía la caja?

$\frac{3}{8}=135$ → $\frac{1}{8}=45$ → $\frac{8}{8}=360$ huevos = 30 docenas

8. El depósito de gasolina de un coche, que tiene una capacidad de 45 litros, está lleno en sus dos terceras partes al iniciar el viaje. Si el indicador de reserva se enciende cuando el depósito está a un noveno, calcula:

- La fracción de depósito que el coche ha consumido cuando se enciende el indicador de reserva.
- Los litros de gasolina que son.

Consumido → $\frac{2}{3}-\frac{1}{9}=\frac{6-1}{9}=\frac{5}{9}$ de depósito se ha consumido.

En litros → $\frac{5}{9}\cdot 45=\frac{5\cdot 45}{9}=\frac{5\cdot 3\cdot 5\cdot 3}{3\cdot 3}=25$ litros consumidos.

9. De mi casa a la escuela hay 1.000 metros; si llevo recorridos 2/5 del trayecto, ¿cuántos metros me faltan para llegar?

1000 · 2/5 = 400; 1000-400 = Faltan 600m;

O bien: si llevo recorridos 2/5, me faltan 3/5, con lo que:

$1000\cdot\frac{3}{5}=\frac{1000\cdot 3}{5}=\frac{200\cdot 5\cdot 3}{5}=200\cdot 3=600$ metros me faltan

10. Una botella de cerveza tiene una capacidad de 1/3 de litro. En un cajón hay 12 de esas botellas, ¿Cuántos litros hay?

1/3 · 12botellas = 12/3 = 4 litros

11. Con una botella de 3/4 de litro. ¿Cuántos vasos podrían llenarse, si cada vaso tiene una capacidad de 1/8 de litro?

$\frac{3}{4}:\frac{1}{8}=\frac{3\cdot 8}{4\cdot 1}=\frac{3\cdot 2\cdot 4}{4}=6$ vasos.

12. Una familia dedica dos tercios de sus ingresos a cubrir gastos de funcionamiento, ahorra la cuarta parte del total y gasta el resto en ocio. ¿Qué fracción de los ingresos invierte en ocio?

Total = 1 → $1-\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{12-8-3}{12}=\frac{1}{12}$

13. Una botella contiene 3/4 de litro de vino. ¿Cuántos litros hay en seis botellas y media?

$6{,}5 botellas=\frac{65}{10}=\frac{13}{2}botellas$; $\frac{13}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{39}{8}$ de litro.

14. Al prensar 1kg de uva, ésta pierde un quinto de su peso. Si se prensan 80kg, ¿cuánto pensarán después del prensado?

Si pierde 1/5 de peso, es que quedan 4/5 de peso. Entonces:

$\frac{4}{5}\cdot 80=\frac{4\cdot 80}{5}=\frac{4\cdot 16\cdot 5}{5}=4\cdot 16=64$ kg pesan las uvas después del prensado.

15. Los 140 alumnos de 3º y 4º de ESO se distribuyen para realizar diferentes actividades: 1/7 está en plástica; 1/4 en teatro; y 2/5 en competiciones deportivas. El resto está en la sala de ordenadores. Calcula:

- Cuántos alumnos está en cada actividad.
- Qué fracción del alumnado está en la sala de ordenadores.

Plástica → $\frac{1}{7}\cdot 140 = 20$; Teatro → $\frac{1}{4}\cdot 140 = 35$; Deportes → $\frac{2}{5}\cdot 140 = 56$ alumnos.

Todos los alumnos = total = 1 →
$1-\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right)=1-\frac{20+35+56}{140}=1-\frac{111}{140}=\frac{140-111}{140}=\frac{29}{140}$;

O también → 140-(20+35+56)=29 alumnos en informática → $\frac{29}{140}$

16. Dos aventureros que atraviesan el desierto tienen un grave problema. El primero sólo le queda tres séptimos de litro de agua en su cantimplora; y al segundo, tiene el doble de agua que el primero. ¿Cuánta agua tiene el segundo, y cuánta agua tienen entre los dos? Si consiguen beber, entre los dos, sólo 8/14 de litro al día, ¿para cuántos días les queda agua?

El 2º tiene el doble que el 1º → $2\cdot\frac{3}{7}=\frac{6}{7}$ de litro.

Entre los dos → $\frac{3}{7}+\frac{6}{7}=\frac{9}{7}$ de litro tienen.

$\frac{9}{7}:\frac{8}{14}=\frac{9\cdot 14}{7\cdot 8}=\frac{9\cdot 7\cdot 2}{7\cdot 4\cdot 2}=\frac{9}{4}$ de día, para poco más de 2 días.

17. Se está construyendo una vía del AVE. El primer año se construye 2/15 del total del recorrido; el segundo año, el doble que el primero; y el tercero, el triple que el primero. ¿Cuánto se ha construido en total, y cuánto queda por construir?

Se lleva ya → $\frac{2}{15}+2\cdot\frac{2}{15}+3\cdot\frac{2}{15}=\frac{2}{15}+\frac{4}{15}+\frac{6}{15}=\frac{12}{15}$ de recorrido están construidos.

Si el trayecto total es 1, todo, entonces → $1-\frac{12}{15}=\frac{15-12}{15}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$ queda por hacer.

18. La bandera tricolor de un club deportivo es blanca, roja y verde, y tiene una anchura de 150cm. Si el color blanco ocupa la mitad de la anchura y el rojo un tercio, ¿qué anchura en centímetros ocupa el color verde?

$1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$ de la bandera es verde; 150 · 1/6 = 150/6 =25 centímetros

19. ¿Cuántos minutos hay de diferencia entre 7 horas y 3/5 de día?

7 horas = 7·60 = 420 minutos;

$\frac{3}{5}\cdot 24\,horas\cdot 60\min/hora=\frac{3\cdot 24\cdot 60}{5}=\frac{2^5\cdot 3^3\cdot 5}{5}=2^5\cdot 3^3=864$ minutos;

864 – 420 = 444 minutos de diferencia

20. Los 30 alumnos de 1ºA están en Educación Física. Dos tercios de los alumnos son chicas y, del total de ellas, a la mitad le gusta el baloncesto. ¿Podrán jugar un partido entre ellas?

Chicas a las que les gusta el baloncesto → $30 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 10$ chicas; sí pueden hacer 2 equipos y jugar entre ellas.

21. En un congreso internacional, 3/8 de los delegados son americanos; 2/5 son asiáticos; 1/6, africanos; y el resto, europeos. ¿Qué fracción de los delegados suponen los europeos?

Total = 1 → $1 - \frac{3}{8} - \frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{120 - (45 + 48 + 20)}{120} = \frac{120 - 113}{120} = \frac{7}{120}$

22. Un confitero ha fabricado 20Kg de caramelos de los 2/5 son de naranja, 3/10 de limón, y el resto, de fresa. ¿Cuántos caramelos de fresa ha fabricado?

$$20 - \frac{2}{5} \cdot 20 - \frac{3}{10} \cdot 20 = 20 - 8 - 6 = 20 - 14 = 6Kg$$

23. Un mini-ordenador tiene un disco duro de 750 Megabytes. Se instalan en él dos programas, que ocupan 250 megas y 125 megas, respectivamente. ¿Qué fracción del disco duro ocupa cada programa, y qué fracción queda libre? ¿Cuántos megas son?

$\frac{250}{750} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}$ de disco duro el 1er programa; $\frac{125}{750} = \frac{5^3}{2 \cdot 3 \cdot 5^3} = \frac{1}{6}$ el 2º programa.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ocupan los dos programas. $750 \cdot \frac{1}{2} = 375$ megas ocupan, y otras 375 megas quedan libres.

24. Una confitería ha recibido un pedido de varias bolsas de caramelos. Dos quintas partes de las bolsas son de naranja; tres décimas partes, de limón; y el resto, de fresa. Si había 6 bolsas de fresa, ¿cuántas bolsas formaban el pedido?

Total = 1 → $1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{10 - 4 - 3}{10} = \frac{10 - 7}{10} = \frac{3}{10}$; $\frac{3}{10} = 6$ bolsas de fresa, el resto del pedido.

Si $\frac{3}{10} = 6$ bolsas → $\frac{1}{10} = 2$ bolsas; $todo = 1 = \frac{10}{10}$; $10 \cdot \frac{1}{10} = 10 \cdot 2 = 20$ bolsas en total

25. En un hotel, la mitad de las habitaciones está en el primer piso; la tercera parte, en el segundo piso; y el resto, en el ático, que tiene 10 habitaciones. ¿Cuántas habitaciones hay en cada piso?

Total = 1 → $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6 - 3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$, que son las 10 habitaciones del ático.

Si 1/6 del hotel son 10 habitaciones, el total, es decir 1, es decir $\frac{6}{6} = 6 \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot 10 = 60$ habitaciones → 1er piso = 30 habitaciones y 2º piso = 20 habitaciones.

26. Luís avanza 4 metros en 5 pasos. ¿Qué fracción de metro avanza en cada paso? ¿Y en 100 pasos?

$\frac{4}{5} metros$; en 100 pasos → $\frac{4}{5}\cdot 100 = \frac{4\cdot 100}{5} = \frac{4\cdot 20\cdot 5}{5} = 4\cdot 20 = 80$ metros

27. ¿Cuántos litros de aceite se necesitan para llenar 300 botellas de tres cuartos de litro?

$300\cdot\frac{3}{4} = 75\cdot 3 = 225$ litros

28. ¿Cuántas botellas de vino de tres cuartos de litro se llenan con un depósito de 1800 litros?

$\frac{1800}{\frac{3}{4}} = \frac{1800}{1} : \frac{3}{4} = 1800\cdot\frac{4}{3} = \frac{1800\cdot 4}{3} = 600\cdot 4 = 2400$ botellas.

29. Un bote de suavizante tiene un tapón dosificador con una capacidad de 3/40 de litro. ¿Cuál es la capacidad del bote sabiendo que llena 30 tapones?

$\frac{3}{40}\cdot 30 = \frac{3\cdot 30}{40} = \frac{9}{4}$ litros

30. Un bote suavizante de dos litros y cuarto proporciona, mediante su tapón dosificador, 30 dosis para lavado automático. ¿Qué fracción de litro tiene cada dosis?

2 litros y cuarto = $2+\frac{1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4}$; $\frac{9/4}{30} = \frac{9\cdot 1}{4\cdot 30} = \frac{3}{4\cdot 10} = \frac{3}{40}$ litros

31. Un bote se suavizante de dos litros y cuarto lleva un tapón dosificador con una capacidad de 3/40 de litro. ¿Cuántas dosis tiene el bote?

2 litros y cuarto = $2+\frac{1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4}$; $\frac{\frac{9}{4}}{\frac{3}{40}} = \frac{9\cdot 40}{4\cdot 3} = 3\cdot 10 = 30$ dosis

32. Un embalse está lleno a principios de verano. En julio pierde 3/7 de su contenido, y en agosto, 3/4 de lo que le quedaba. ¿Qué fracción conserva aún a principios de septiembre?

El embalse lleno = 1; cuando gasta 3/7 le queda $1-\frac{3}{7} = \frac{7-3}{7} = \frac{4}{7}$; entonces:

$1-\left(\frac{3}{7}+\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{7}\right) = 1-\left(\frac{3}{7}+\frac{3}{7}\right) = 1-\frac{6}{7} = \frac{7}{7}-\frac{6}{7} = \frac{1}{7}$ queda en septiembre

33. La tercera parte del presupuesto de una empresa va para gastos generales. De lo que queda, una quinta parte se dedica a comprar material. El resto son salarios. Si la empresa tiene cuatro trabajadores, ¿qué parte del presupuesto es el sueldo de cada uno?

Total=1=$\frac{3}{3}$; 1 - $\frac{1}{3}$ = $\frac{3-1}{3}$ = $\frac{2}{3}$; es lo que queda después de los gastos generales.

Dedica de esta parte $\frac{1}{5}$ a comprar material, y el resto, es decir, $\frac{4}{5}$, a salarios. Luego:

$\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{8}{15}$; es lo que pagan a los trabajadores. Como son cuatro, a cada uno de ellos le corresponde la cuarta parte:

$\frac{8}{15}:4=\frac{8}{15}:\frac{4}{1}=\frac{8\cdot 1}{15\cdot 4}=\frac{8}{60}=\frac{2}{15}$ del presupuesto total de la empresa es el sueldo de cada trabajador.

34. El 60% de los trabajadores de una empresa tiene coche. Si el número total de empleados es de 1.200, ¿cuántos empleados tienen coche?

60% = $\frac{60}{100}$; simplificando: $\frac{60}{100}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$, es decir, $\frac{3}{5}$ de los 1200trabajadores tienen coche.

Calculando: 1200 · $\frac{3}{5}=\frac{1200\cdot 3}{5}=\frac{3600}{5}=720$ trabajadores de esa empresa tienen coche.

35. Marta gasta 3/4 partes de sus ahorros en un viaje, y 2/3 <u>del resto</u>, en ropa. ¿Qué fracción de lo que tenía ahorrado le queda?

Ahorros = 1; si se gasta 3/4 en ropa, le queda 1/4 del todos los ahorros.

$$1-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\right)=1-\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{12}\right)=1-\frac{9+2}{12}=1-\frac{11}{12}=\frac{12}{12}-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$$

36. Marta tenía ahorrados 1800€, pero ha gastado tres cuartas partes en un viaje y dos tercios <u>de lo que le quedaba</u> en reponer su vestuario. ¿Cuánto dinero le queda?

Con los datos del anterior problema, le queda 1/12 de sus ahorros;

1/12 de 1800€ es → $\frac{1}{12}\cdot 1800=\frac{1800}{12}=\frac{2^3\cdot 3^2\cdot 5^2}{2^2\cdot 3}=2\cdot 3\cdot 5^2=150$ € le quedan

37. Marta ha gastado 3/4 de sus ahorros en un viaje, y 2/3 <u>del resto</u>, en reponer vestuario. Si aún le quedan 150€, ¿cuánto tenía ahorrado?

Si volvemos al problema *17*, vemos que le queda 1/12 de los ahorros; y si 1/12 son 150€, entonces el total, es decir 1, es decir 12/12, sería 12 x lo que le queda → $12\cdot 150=1800$ €

38. De un tambor de detergente de 5Kg se han consumido dos kilos y tres cuartos. ¿Qué fracción queda del contenido original?

Dos kilos y tres cuartos = 2.75Kg; 5Kg – 2.75Kg = 2.25Kg quedan.

$\frac{2.25Kg}{5Kg}=\frac{225Kg}{500Kg}=\frac{3^2\cdot 5^2}{2^2\cdot 5^3}=\frac{3^2}{2^2\cdot 5}=\frac{9}{20}$ quedan.

39. Un frasco de perfume tiene una capacidad de 1/20 de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con un bidón que contiene tres litros y medio?

Tres litros y medio = 3.5 litros = $\frac{35}{10}=\frac{7}{2}$ es la capacidad del bidón.

$\frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{20}}=\frac{7}{2}:\frac{1}{20}=\frac{7}{2}\cdot 20=\frac{7\cdot 20}{2}=7\cdot 10=70$ frascos se pueden llenar

40. Una empresa comercializa jabón líquido en envases de plástico con una capacidad de 3/5 de litro. ¿Cuántos litros de jabón se necesitan para llenar 100 envases?

$100 envases \cdot \frac{3}{5} litros / envase = \frac{100 \cdot 3}{5} = 20 \cdot 3 = 60$ litros

41. La abuela ha hecho dos kilos y cuarto de mermelada y con ella ha llenado seis tarros iguales. ¿Qué fracción de kilo contiene cada tarro?

Dos kilos y cuarto = 2.25Kg = $\frac{225}{100} = \frac{9}{4}$Kg de mermelada ha hecho.

$\frac{\frac{9}{4} Kg}{6 tarros} = \frac{9}{4} : 6 = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{9}{4 \cdot 6} = \frac{3^2}{2^3 \cdot 3} = \frac{3}{8}$ de kilo de mermelada en cada tarro.

42. A Andrés le regalan sus abuelos 150€; a su hermano Jorge, la tercera parte de lo anterior más 38€; y al menor, Fernando, la mitad que a Jorge menos 15€; ¿Cuánto reciben en total y cada uno?

Andrés → 150€; Jorge → $\frac{150}{3} + 38 = 50 + 38 = 88$€; Fernando → $\frac{88}{2} - 15 = 44 - 15 = 29$€

En total: 150 + 88 + 29 = 267€

43. A María le regalan una caja de discos. En la primera semana escucha 2/5 de los discos, y en la segunda, 4/5 <u>del resto</u>. Si aún le quedan 3 sin escuchar, ¿cuántos discos había en la caja?

Caja = 1; $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) = 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{12}{25}\right) = 1 - \frac{22}{25} = \frac{3}{25}$ → que son los 3 que aun no ha oído

3/25 → 3 discos; 1/25 → 1 disco; total = 25/25 → 25·1=25 discos en la caja.

44. Una familia gasta 2/5 de su presupuesto en pagar la hipoteca, y 1/3 en comida. Pagado eso, le quedan aún 400€ cada mes. ¿Cuáles son sus ingresos mensuales?

ingresos = 1; $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{6+5}{15} = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$ son los 400€ que les quedan.

4/15 → 400€; 1/15 → 100€; todo = 1 =15/15 → 15 · 100 = 1500€ al mes ingresan.

45. Iván se gastó los 3/5 de sus ahorros y le sobraron 30€. ¿Cuánto dinero gastó?

Todo su dinero = 1; $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ le quedan, y son 30€; 1/5 → 15€; gastó=3/5 = 3·15€ = 45€

46. Tres amigos participan en un negocio; al repartir los beneficios, el primero se llevó 1/3; el segundo, la mitad <u>de lo que quedaba</u>, y el tercero, 24000€. ¿Cuál era el total de los beneficios, y cuánto se llevó cada amigo?

Todo = 1; $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ que son los 24000€ del último;

Total de los beneficios: 24000·3= 72000€; 1[er] amigo: 1/3 = 24000; 2º:
$\frac{72000 - 24000}{2} = \frac{48000}{2} = 24000$€: todos se llevaron la misma cantidad.

47. Un balón bota en el suelo; ¿Desde qué altura cae, sabiendo que en el 3er bote alcanza 60cm y que en cada bote alcanza la mitad de altura que en el anterior?

altura total = h; 1er bote → $\frac{h}{2}$; 2º bote → $\frac{h}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{h}{4}$; 3er bote → $\frac{h}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{h}{8}=60cm$;
h = 60cm·8 = 480cm = 4,8 metros.

48. Se reparten 18 litros de vino entre 3 hombres. El primero se lleva la mitad más un litro y el segundo la mitad de lo que queda más un litro. ¿Cuánto se lleva el tercer hombre?

1er hombre → $\frac{18}{2}+1=9+1=10$ litros; 2º hombre → $\frac{(18-10)}{2}+1=\frac{8}{2}+1=5$ litros;

3er hombre → 18 - (10+5) = 18 – 15 = 3 litros de vino

49. Una amiga me pidió que le pasase al ordenador un escrito. El 1er día pasé 1/4 del trabajo total; el 2º, 1/3 de lo restante; el 3º, 1/6 de lo que faltaba; y terminé el 4º, pasando 30 folios. ¿Cuántos folios tenía todo el escrito?

trabajo del 1º y 2º días: $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

todo el trabajo = 1; $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}\right)=1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)=1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{12}\right)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$

5/12 son los últimos 30 folios; 1/12 → 6 folios; todo = 1 = 12/12 → 12·6 = 72 folios

50. Un jardinero poda el lunes 2/7 de sus rosales; el martes, 3/5 del resto; y el miércoles finaliza el trabajo podando los 20 rosales que le faltaban. ¿Cuántos rosales hay en total en el jardín?

Jardín = 1; $1-\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{7}\right)=1-\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right)=1-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$ que son los 20 últimos rosales;

2/7 → 20 rosales; 1/7 → 10; el jardín = 1 = 7/7 → 7·10 = 70 rosales en el jardín

51. Un mercader cruza el desierto del Sahara. Lleva el odre llenos de agua, pero no lo raciona bien. El primer día se bebe la mitad; el segundo se bebe un tercio de lo que queda; el tercer día se bebe un cuarto del resto; y el último día se bebe lo que queda, que son tres litros. ¿Con cuántos litros en el odre empezó el mercader el viaje?

Vamos a simplificar la resolución del problema con un cuadro:

	Hoy bebe	*Ha bebido en total*	*Queda del total*	*litros*
1er día	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$; la otra mitad	
2º día	$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$	
3er día	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$	$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$	3 litros

Si 1/4 del odre son 3 litros, todo el odre será 4/4, es decir → 3 litros · 4 = 12 litros

Si rellenas la columna de la derecha, el primer día bebe la mitad: 6 litros; el segundo, un tercio de lo que da, es decir, 2 litros; el tercero, un litro; y le último, 3. sumando todos nos queda: 6+2+1+3=12 litros.

52. En un concurso se van a repartir 120€ en premios. Al primer clasificado le corresponde la mitad; al segundo, dos tercios de lo que queda; y el resto del premio se reparte por igual entre el tercero y el cuarto. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

	Gana	*€*	*Acumulado*	*Queda por repartir*
1^er^ premio	$\frac{1}{2}$	60€	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$; la otra mitad
2º premio	$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	40€	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$	$1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$
3^er^ premio	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$	10€	$\frac{5}{6}+\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$	$1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$
4º premio	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$	10€	$\frac{11}{12}+\frac{1}{12}=1$	0

1. Hay un número que multiplicado por 3, sumándole luego 10, multiplicando lo obtenido por 5, agregándole 10 y multiplicando finalmente el resultado por 10, da 750. ¿Qué número es?

10·[5·(3x+10)+10]=750; [5·(3x+10)+10]=75; 15x+50+10=75; 15x=75-60; 15x=15; x=1

2. El lunes, Silvia se gastó las 2/5 partes de sus ahorros en ropa; el viernes gastó 2/3 del dinero que le quedaba en un libro para su hermano, y aún tiene 120€. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Silvia? ¿Es cierto que gastó lo mismo en ropa que en el libro de su hermano?

ahorros=x → $\frac{2x}{5}+\frac{2}{3}\cdot\frac{3x}{5}+120=x;\ \ \frac{2x}{5}+\frac{2x}{5}+120=x;\ \ \frac{4x}{5}+20=x;\ \ \frac{4x}{5}=x-20;\ \ 4x=5x-600;$

$x=600;\ \ \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 3}{3\cdot 5}=\frac{2}{5}$; Sí, se gastó lo mismo en ropa que en el libro: 2/5 d en cada uno.

3. Encontrar dos números que sumados den por resultado 204, siendo uno de ellos 16 unidades mayor que el otro.

X+(x+16)=204; 2x=204-16; 2x=188; x=188/2; x=94 → los números son 94 y 110

4. El lunes se asfaltó la sexta parte de un camino. El martes se asfaltaron las 3/5 partes de lo que quedaba sin asfaltar, y el miércoles se asfaltaron los últimos 600 metros. ¿Qué longitud tiene el camino en total? (*camino = x*)

$\frac{x}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{3x}{5}+600=x;\ \ \frac{x}{6}+\frac{3x}{6}+600=x;\ \ \frac{4x}{6}+600=x;\ \ \frac{2x}{3}=x-600;\ \ 2x=3x-1800;\ x=1800m;$
El camino mide 1.8Km

5. La mitad de la suma de tres números enteros consecutivos es 21. ¿Qué números son?

$\frac{x+(x+1)+(x+2)}{2}=21;\ \ 3x+3=42;\ \ 3x=39;\ \ x=\frac{39}{13}=13;$ los números son 13, 14, 15

6. En un rectángulo de 56cm de perímetro, la altura es 7cm mayor que la base; ¿cuál es el área del rectángulo? base = b; perímetro = 2·(b + a)

altura= base+7 → perímetro → 2·[b+(b+7)])=56; 4b+14=56; 4b=56-14; b=42/4=10.5
base=10.5cm; altura=b+7=10.5+7=17.5cm → área=b·a=10.5·17.5=183.75cm^2

7. La suma de un número entero y su siguiente es 53. ¿Cuáles son los números?

x+x+1=53; 2x=52; x=52/2=26 → son el 26 y el 27

8. A un número se le suma 3 y se obtiene la diferencia entre su doble y 1. ¿Qué número es?

X+3=2x-1; x-2x=-1-3; -x=-4; x=4

9. En un triángulo isósceles de 55cm de perímetro, el lado desigual es la mitad de los lados iguales. ¿Qué longitud tiene cada lado?

x+x+x/2=55; 2x-55=-x/2; 4x-110=-x; 4x+x=110; 5x=110; x=110/5=22cm mide cada uno de los lados iguales; el lado desigual medirá x/2=22/2=11cm

10. Tres amigos hacen un viaje en coche y cada uno conduce durante una parte del trayecto. El primero lo hace la primera quinta parte del recorrido; el segundo, durante un tercio de lo que falta; y el tercero, 720Km. ¿Qué distancia recorrieron en total? viaje = x kilómetros

$\frac{x}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4x}{5}+720=x;\qquad \frac{x}{5}+\frac{4x}{15}+720=x;\qquad \frac{3x+4x+10800}{15}=\frac{15x}{15};\ 3x+4x-15x=-10800;$

$-8x=-1088;\ \ x=\frac{10800}{8}=1350$ Km. de recorrido

11. Un turista gastó un quinto de su dinero en el desayuno, y la mitad de lo que le quedaba más 1 euro en periódicos. Si le sobraron 6 euros, ¿cuánto dinero tenía?

$\frac{x}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4x}{5}+1+6=x;\quad \frac{x}{5}+\frac{4x}{10}+7=x;\quad \frac{x}{5}+\frac{2x}{5}+7=x;\quad \frac{3x}{5}+7=x;\quad 3x+35=5x;\quad 5x-3x=35;$
$2x=35;\quad x=17.5€$

12. Si se suman la mitad de la diferencia entre el triple de un número y 1 con la cuarta parte de la diferencia entre 1 y el quíntuplo de ese número, sale un tercio del número. ¿Qué número es?

$\frac{3x-1}{2}+\frac{1-5x}{4}=\frac{x}{3};\quad \frac{18x-6+3-15x}{12}=\frac{4x}{12};\quad 3x-3=4x;\quad 3x-4x=3;\quad x=-3$

13. ¿Cuál es el número que se obtiene como la suma de su mitad más 1 y su mitad menos 1?

$\frac{x}{2}+1+\frac{x}{2}-1=x;\quad \frac{x}{2}+\frac{x}{2}=x;\quad \frac{2x}{2}=x;\quad x=x$ → cualquier número

14. Un día le preguntaron a Pitágoras cuántos discípulos tenía, y respondió: "La mitad estudia Matemáticas; un cuarto, los misterios de la Naturaleza; un séptimo medita en silencio; y además hay tres mujeres". ¿Cuántos discípulos tenía Pitágoras?

todos los discípulos = x

$x=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{7}x+3;\quad x\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)=3;\quad x\left(\frac{28}{28}-\frac{14}{28}-\frac{7}{28}-\frac{4}{28}\right)=3;\quad x\left(\frac{3}{28}\right)=3;\quad x=\frac{28\cdot 3}{3}=28$

15. La diferencia de los cuadrados de dos números enteros positivos consecutivos es 23. ¿Qué números son? (se resuelve sabiendo cuál es el <u>CUADRADO DE UNA SUMA</u>)

$(x+1)^2-x^2=23;\ x^2+1+2x-x^2=23;\ 1+2x=23;\ 2x=22;\ x=11$ → los números son 11 y 12

16. Una ventana rectangular de 1.2m de alto por 1.8m de ancho se la quiere agrandar agregándole el mismo número de centímetros a lo ancho como a lo largo, de tal manera que su perímetro resulte igual a 6.48m. ¿Cuáles serán las nuevas dimensiones de la ventana?

Lo que se va a agrandar = x

2(1.2+x)+2(1.8+x)=6.48 → simplificando por 2 → 1.2+x+1.8+x=3.24 → 2x=3.24-3 → 2x=0.24

x=0.12m → se han de añadir 12cm a la base y a la altura

17. El producto de dos números es 240 y su MCD es 3; ¿cuál es el mcm?

<u>EL PRODUCTO DE 2 NÚMEROS ES IGUAL AL PRODUCTO DE SU *MCD* POR SU *mcm*</u>

Por tanto → 240 = 3·mcm → $mcm=\frac{240}{3}=80$

18. El producto del MCD y del mcm de dos números es 6000 y el mcm es 600. ¿Cuál es el MCD? Si uno de los números es 150, ¿cuál es el otro?

6000 = 600·MCD → $MCD=\frac{6000}{600}=10;$ al otro número le llamamos x;

x·150 = mcm·MCD → x·150 = 6000 → $x=\frac{6000}{150}=\frac{600}{15}=\frac{2^3\cdot 3\cdot 5^2}{3\cdot 5}=2^3\cdot 5=8\cdot 5=40$